Integrale, Stammfunktionen bestimmen – Lösung

1. Bestimme jeweils das unbestimmte Integral!

a) $\int (2x+1)e^{x^2+x}dx \;=\; \boldsymbol{e^{x^2+x}} + \mathrm{C}$

b) $\int \frac{2t-5}{t^2-5t+3}dt = \boldsymbol{ln|t^2-5t+3| + C}$

c) $\int (6x-5)^5\,dx \;=\; \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot(6x-5)^6 + C = \boldsymbol{\frac{1}{36}(6x-5)^6 + C}$

d) $\int (3x^{0,5} - 0{,}5x^{-3})\,dx \;=\; \frac{3}{1{,}5}x^{1,5} - \frac{0{,}5}{-2}x^{-2} + C = \boldsymbol{2x^{1,5} + 0,25x^{-2} + C}$

2. Bestimme die Integralfunktion von f zur unteren Grenze a.

a) $f: x \longmapsto x^4 - 4x;\quad F(x) = \frac{1}{5}x^5 - 2x^2 + C$, wobei: $F(-1) = 0$
$F(-1) = -\frac{1}{5} - 2 + C = 0 \;\rightarrow\; C = 2{,}2 \;\rightarrow\; \boldsymbol{F_{-1}(x) = \frac{1}{5}x^5 - 2x^2 + 2,2}$

b) $f: x \longmapsto 2 - \cos x;\quad F(x) = 2x - \sin x + C$, wobei: $F(\pi) = 0$
$F(\pi) = 2\pi - 0 + C = 0 \;\rightarrow\; C = -2\pi \;\rightarrow\; \boldsymbol{F_{-1}(x) = 2x - \sin x - 2\pi}$

3. Berechne den Wert des Integrals!

a) $\int_{-3}^{3}(x^5 - 3x + 2x^7)\,dx = \boldsymbol{0}$, **da die Integrandenfunktion achsensymmetrisch ist und von -3 bis 3 integriert wird.**

b) $\int_1^5 lnx\,dx = [x\ln x - x]_1^5 = 5ln5 - 5 - ln1 + 1 = 5ln5 - 4 = \boldsymbol{4,05}$

c) $\int_{-1}^{1}(5-x^2)\,dx = 2\cdot\int_0^1(5-x^2)\,dx = 2\cdot\left[5x - \frac{1}{3}x^3\right] = 2\cdot 4\frac{2}{3} = \boldsymbol{9\frac{1}{3}}$

4. Gib jeweils eine Stammfunktion an!

a) $f(x) = x^3 + \frac{2}{3}x^2 + 17 \;\rightarrow\; F(x) = \boldsymbol{\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{9} + 17x} + \mathrm{C}$

b) $g(x) = \frac{-6x^2}{x^3+5} \;\rightarrow\; G(x) = \boldsymbol{-2\cdot\ln|x^3+5|} + \mathrm{C}$

c) $h(x) = \frac{8}{x^2} - \frac{1}{x} \;\rightarrow\; H(x) = \boldsymbol{-8x^{-1} - \ln|x|} + \mathrm{C}$

d) $k(x) = 8e^{x^4}\cdot x^3 \;\rightarrow\; K(x) = \boldsymbol{2e^{x^4}} + \mathrm{C}$