

Übungsblatt Dichtefunktion

Aufgabe 1: Dichtefunktionen

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = 0.4x - 0.3$ für $x \in [1; 3]$ eine Dichtefunktion einer Zufallsgröße X ist.
1. Bedingung: $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [1; 3]$.
 2. Bedingung: Berechnen Sie das Integral $\int_1^3 f(x) dx$ und zeigen Sie, dass es gleich 1 ist.
- b) Bestimmen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
- $P(X = 2)$
 - $P(X > 5)$
- c) Berechnen Sie $P(X \leq 2)$ und $P(1.5 < X \leq 3)$.
- d) Interpretieren Sie das Ergebnis von $P(1.5 < X \leq 2)$.

Aufgabe 2: Überprüfung von Dichtefunktionen

Überprüfen Sie, ob die folgenden Funktionen Dichtefunktionen sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

- a) $f(x) = 0.2$ für $x \in [0; 5]$
- b) $f(x) = 0.1x$ für $x \in [0; 10]$
- c) $f(x) = 0.2x - 0.3$ für $x \in [0; 1.5]$

Aufgabe 3: Bestimmung von Parametern

- a) Eine stetige Zufallsgröße X ist auf dem Intervall $[0; 8]$ definiert. Bestimmen Sie den Wert von a in der Dichtefunktion $f(x) = a$ so, dass es eine gültige Dichtefunktion ist.
- b) Eine stetige Zufallsgröße X ist auf dem Intervall $[2; 6]$ definiert und hat die Dichtefunktion $f(x) = mx - 2$. Bestimmen Sie den Wert von m .

Aufgabe 4: Dichtefunktion finden

Für welchen Wert von a ist die Funktion $f(x) = ax - 1$ mit $1 \leq x \leq 4$ eine Dichtefunktion?

Aufgabe 5: Sinus-Dichtefunktion

Eine stetige Zufallsgröße X hat auf dem Intervall $[0; \pi]$ die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) = a \cdot \sin(x)$. Bestimmen Sie den Wert des Parameters a .

Aufgabe 6: Quadratische Dichtefunktion

Gegeben ist die Funktion $f(x) = a \cdot x^2$ mit dem konstanten Faktor a .

- a) Wie muss man a wählen, damit $f(x)$ eine Dichtefunktion über $[0; 4]$ wird?
- b) Bestimmen Sie $P(X \leq 3)$.

Aufgabe 7: Integration über Dichtefunktionen

In dieser Aufgabe sollen Sie die Integrationsgrenzen bestimmen und die Integrale über die Dichtefunktion berechnen.

- a) Gegeben ist die Dichtefunktion $f(x) = 0.5x$ für $x \in [0; 2]$. Bestimmen Sie:
 - $P(0 < X < 1)$
 - $P(1 < X < 2)$
- b) Gegeben ist die Dichtefunktion $f(x) = \frac{1}{3}$ für $x \in [2; 5]$. Bestimmen Sie:
 - $P(2 < X < 3)$
 - $P(3 < X < 5)$
- c) Gegeben ist die Dichtefunktion $f(x) = 0.45 - 0.1x$ für $x \in [0; 4]$. Bestimmen Sie:
 - $P(1 < X < 3)$
 - $P(0 < X < 4)$