Untersuchung verknüpfter Funktionen

Aufgabe 1:

Berechne die Ableitungsfunktion.

a) $f(x) = (\sin(x) + 7)^5$

b) $f(x) = (2x^2 + 5)e^{-2x}$

c) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{2x}$

d) $f(x) = \frac{1}{8} \cdot \sin(4x^2)$

e) $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x + 1)$

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 8x \cdot e^{-0,5x}$ mit dem Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$.

a) Gib die Nullstelle von f an.

b) Untersuche das Verhalten von f für $x \longrightarrow \pm\infty$ und gib – falls vorhanden – die Gleichung der waagrechten Asymptote an.

c) Berechne $f'(x)$ und bestimme Lage und Art des Extrempunktes.

d) Berechne die Koordinaten des Wendepunktes von G_f.

e) Skizziere den Graphen unter Verwendung der bisher gewonnen Erkenntnisse.

f) Zeige, dass die Funktion F mit $F(x) = 8 \cdot (-2x - 4) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$ eine Stammfunktion von f ist.

g) Berechne den Flächeninhalt der oberhalb der x-Achse gelegenen Fläche, die der Graph mit der x-Achse einschließt.

Aufgabe 3:

Gegeben sind die Schaubilder der Funktion f mit $f(x) = e^x \cdot x^2$, ihrer Ableitungsfunktion f', einer Stammfunktion F von f und der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

a) Begründe, dass nur Bild 1 das Schaubild der Funktion f sein kann.

b) Ordne die Funktionen f', F und g den übrigen Schaubildern zu und begründe deine Entscheidung.