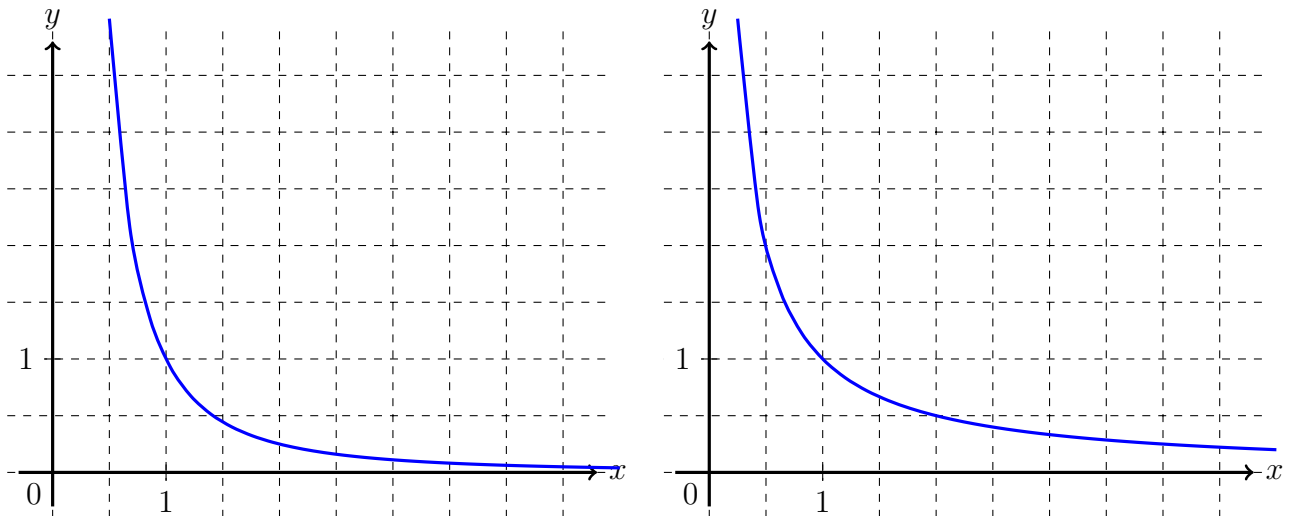


## GRENZWERTBERECHNUNGEN BEI FLÄCHEN

**Aufgabe 1.** Gegeben sind die Graphen zweier Funktionen  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$  und  $g : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ :



- a) Beschriften Sie die Graphen! Verwenden Sie keinen Taschenrechner!
- b) Markieren Sie jeweils den Flächeninhalt  $A$  unter dem Graphen über Intervall  $[1; a]$  mit irgendeinem  $a > 1$ !

Bestimmen Sie dann jeweils den Term  $A(a)$ .

Bestimmen Sie nun auch jeweils  $\lim_{a \rightarrow \infty} A(a)$  und interpretieren Sie das Ergebnis graphisch!

- c) Markieren Sie nun jeweils den Flächeninhalt  $F$  unter dem Graphen über Intervall  $[b; 1]$  mit irgendeinem  $b < 1$ !

Bestimmen Sie dann jeweils den Term  $F(b)$ .

Bestimmen Sie nun jeweils auch  $\lim_{b \rightarrow 0} F(b)$  und interpretieren Sie das Ergebnis!

**Aufgabe 2.** Skizzieren Sie jeweils die Funktion sowie das Integral für ein selbstgewähltes  $c$ , bevor Sie den Wert bestimmen:

a)  $\lim_{c \rightarrow \infty} \int_0^c \frac{1}{e^x} dx$ ;      b)  $\lim_{c \geq 0} \int_c^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ;      c)  $\lim_{c \rightarrow +\infty} \int_0^c \frac{4}{2^x} dx$ .

**Aufgabe 3.**

Um einen Körper gegen die Gravitationskraft vom Erdmittelpunktsabstand  $h_1$  auf die Höhe  $h_2$  anzuheben, muss die Arbeit  $W = \int_{h_1}^{h_2} G \frac{mM}{h^2} dh$  (mit  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ , Erdmasse  $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , Erdradius  $R = 6370 \text{ km}$ ) verrichtet werden.

- a) Bestimmen Sie die Arbeit, die nötig ist, um einen Körper der Masse  $1 \text{ kg}$  um  $100 \text{ km}$  von der Erdoberfläche zu entfernen!
- b) Geben Sie an, was der Term  $\lim_{h_2 \rightarrow \infty} \int_R^{h_2} G \frac{mM}{h^2} dh$  bedeutet und bestimmen Sie seinen Wert!