Untersuchung gebrochen-rationaler Funktionen

Führen Sie – soweit möglich – für die gegebenen Funktionen die folgenden Schritte durch. Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit GeoGebra.

- **Definitionsmenge** von f: Nullstellen des Nenners
- **Nullstellen** von f (= Nullstellen des Zählers)
- **Symmetrieverhalten** von G_f: $f(-x) = \pm f(x)$?
- **Schnittpunkt** von G_f mit der y-Achse: $\left(0\middle|f(0)\right)$
- **Verhalten** von f an allen **Rändern** der **Definitionsmenge**
- **Asymptoten** von G_f
- **Extrempunkte** von G_f und **Monotonieverhalten** von f
- **Wendepunkte** von G_f und **Krümmungsverhalten** von G_f

Beispiel zur Verwendung von GeoGebra:

Eingabe	Anzeige
f(x)=(2x^2)/(x^2-4)	$f(x) = \frac{2x^2}{x^2-4}$
f‘	$f'(x) = f'(x)$ $= -4 \cdot \frac{x^3}{(x^2-4)^2} + 4 \cdot \frac{x}{x^2-4}$
vereinfache(f‘)	$g(x) = \text{Vereinfache}(f')$ $= -16 \cdot \frac{x}{x^4 - 8x^2 + 16}$
faktorisiere(f‘)	$h(x) = \text{Faktorisiere}(f')$ $= -16 \cdot \frac{x}{(x+2)^2 (x-2)^2}$

$$a: x \mapsto \frac{3x}{x+1}$$

$$b: x \mapsto \frac{x}{x^2-1}$$

$$c: x \mapsto \frac{5(x+1)}{(x-1)^2}$$

$$d: x \mapsto \frac{(x+1)^2}{x-1}$$

$$e: x \mapsto \frac{(x+2)^2}{x+1}$$

Viel Erfolg!