

Aufgaben zur Ableitung von Sinus- und Kosinus-Funktion - Lösungen

Aufgabe 1: $f'(x) = \cos x$

Direkte Ableitung der Sinusfunktion.

Aufgabe 2: $g'(x) = -\sin x$

Direkte Ableitung der Kosinusfunktion.

Aufgabe 3: $h'(x) = 3 \cos x$

Faktorregel: Konstante 3 bleibt erhalten.

Aufgabe 4: $k'(x) = -5(-\sin x) = 5 \sin x$

Faktor und Ableitung von $\cos x$.

Aufgabe 5: $f'(x) = 2 \cos x - 4 \sin x$

Lineare Kombination, jede Ableitung einzeln.

Aufgabe 6: $g'(x) = 7 \cos x + 3 \sin x$

Beachte das Vorzeichen beim Ableiten von $-\cos x$.

Aufgabe 7: $h'(x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$

Produktregel: $(uv)' = u'v + uv'$.

Aufgabe 8: $h'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$

Kettenregel: $(\sin^2 x)' = 2 \sin x \cdot (\sin x)'$.

Aufgabe 9: $f'(x) = \cos(2x) \cdot 2 = 2 \cos(2x)$

Kettenregel, innere Funktion $2x$.

Aufgabe 10: $g'(x) = -\sin(3x) \cdot 3 = -3 \sin(3x)$

Kettenregel, innere Funktion $3x$.

Aufgabe 11: $h'(x) = 5 \cos(4x) \cdot 4 - 2(-\sin(5x) \cdot 5) = 20 \cos(4x) + 10 \sin(5x)$

Lineare Kombination, jeweils Kettenregel.

Aufgabe 12: $k'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x = 2x \cos(x^2)$

Kettenregel, innere Funktion x^2 .

Aufgabe 13: $f'(x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$

Produktregel, identisch zu Aufgabe 7.

Aufgabe 14: $g'(x) = \cos x \cos(2x) - \sin x \cdot \sin(2x) \cdot 2 = \cos x \cos(2x) - 2 \sin x \sin(2x)$

Produkt und Kettenregel (für $\cos(2x)$).

Aufgabe 15: $h'(x) = (\sin(3x))' \cos(4x) + \sin(3x)(\cos(4x))'$
 $= 3 \cos(3x) \cos(4x) - 4 \sin(3x) \sin(4x)$

Produktregel, beide Faktoren benötigen Kettenregel.

Aufgabe 16: $k'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x$

Kettenregel: $(\sin^3 x)' = 3 \sin^2 x \cdot (\sin x)'$.

Aufgabe 17: $f'(x) = \cos(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$
Kettenregel, innere Funktion $\sqrt{x} = x^{1/2}$.

Aufgabe 18: $g'(x) = -\sin(x^3 + 2x) \cdot (3x^2 + 2) = -(3x^2 + 2) \sin(x^3 + 2x)$
Kettenregel, Ableitung der inneren Polynomfunktion.

Aufgabe 19: $h'(x) = \cos x \cos^2 x + \sin x \cdot 2 \cos x (-\sin x)$
 $= \cos^3 x - 2 \sin^2 x \cos x$
Produktregel zwischen $\sin x$ und $\cos^2 x$; für $\cos^2 x$ Kettenregel.

Aufgabe 20: $k'(x) = 2(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)$
Kettenregel für das Quadrat und innere Ableitung $(\sin x + \cos x)' = \cos x - \sin x$.