# Wendepunkte, Krümmung – Lösung

1. $f'(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$, $f'(x) = 0$, durch probieren: $x_1 = 1$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x-1) = x^2 + 3x + 2 \\
\underline{-(x^3 - \ \ x^2)} \\
\quad 3x^2 - \ x \\
\ \ \underline{-(3x^2 - 3x)} \\
\qquad\quad 2x - 2
\end{array}
$$

$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -1$ ; $x_3 = -2$

$f''(x) = 3x^2 + 4x - 1$

$f(1) = 3\tfrac{5}{12}$, $f''(1) = 6 > 0 \rightarrow \underline{\underline{Min(1 | 3\tfrac{5}{12})}}$ ;

$f(-1) = 6\tfrac{1}{12}$, $f''(-1) = -2 < 0 \rightarrow \underline{\underline{Max(-1 | 6\tfrac{1}{12})}}$

$f(-2) = 5\tfrac{2}{3}$, $f''(-2) = 3 > 0 \rightarrow \underline{\underline{Min(-2 | 5\tfrac{2}{3})}}$

2. Bestimmen des Scheitelpunkts durch Scheitelpunktsform oder 1.Ableitung gleich Null setzen: $S(-2|3)$

   Funktion verläuft: $sms \ \ f\ddot{u}r \ \ x \in \left]-\infty; -2\right]$, $smf \ \ f\ddot{u}r \ \ x \in \left[-2; +\infty\right[$

   Funktion verläuft achsensymmetrisch zu $x = -2$, $W = \left[-\infty; 3\right[$

3. Betrachtet wird die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x$.

   a) Keine spezielle Symmetrie da Potenzen mit geraden und ungeraden Exponenten.

   Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = 6$

   b) $f'(x) = x^2 - 8x + 12 \rightarrow f'(x) = 0$ setzen $\rightarrow x_1 = 2$, $x_2 = 6$

   Aufgrund des Verlaufs der Funktion (Hoch3-Funktion von l.u. nach r.o.) folgt:

   $E_1(2|10{,}67)$ ist ein Maximum

   $E_2(6|0)$ ist ein Minimum

   Monotoniebereiche: sms für $x \in ]-\infty; 2]$ und $x \in [2; +\infty[$

   smf für $x \in [2; 6]$

c) $f''(x) = 2x - 8$ → $f''(x) = 0$ setzen → $x = 4$

$f''(x) < 0$ für $x < 4$ also auf $x \in ]-\infty; 4]$ rechtgekrümmt

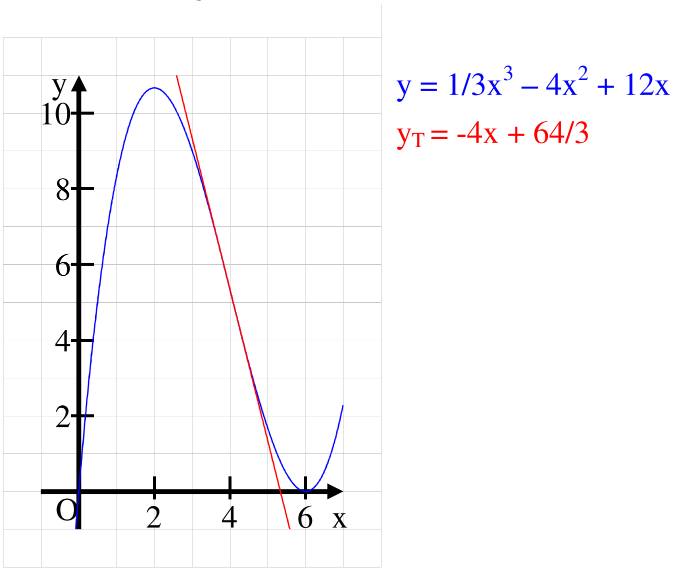
$f''^{(x)} > 0$ für $x > 4$ also auf $x \in [4; +\infty[$ linksgekrümmt

→ Wendepunkt bei $W(4|5{,}33)$ da Krümmungswechsel.

d) Steigung beim Wendepunkt: $f'(4) = -4$

WP und Steigung einsetzen in $y_T = mx + t$

Ergibt: $y_T = -4x + \frac{64}{3}$




4. Vorgehen wie bei Aufgabe 3, Ergebnisse siehe Graph: