

**Lösungen zu Rotationskörpern****Aufgabe 1:**

$$\begin{aligned}
V_{Nagel} &= V_{Halbkugel} + V_{Zylinder\ 1} + V_{Zylinder\ 2} + V_{Kegel} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{4}{3} \cdot (15\text{ mm})^3 \cdot \pi \right] + (15\text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 5\text{ mm} + (5\text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 30\text{ mm} + \frac{1}{3} \cdot (5\text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 10\text{ mm} \\
&= \frac{2}{3} \cdot 3375\text{ mm}^3 \cdot \pi + 1125\text{ mm}^3 \cdot \pi + 750\text{ mm}^3 \cdot \pi + \frac{1}{3} \cdot 250\text{ mm}^3 \cdot \pi \\
&\approx 2250\text{ mm}^3 \cdot \pi + 1125\text{ mm}^3 \cdot \pi + 750\text{ mm}^3 \cdot \pi + 8,3\text{ mm}^3 \cdot \pi \\
&= [2250 + 1125 + 750 + 8,3] \cdot \pi\text{ mm}^3 \\
&= 4133,3 \cdot \pi\text{ mm}^3 \approx 12978,56\text{ mm}^3 \approx 12,98\text{ cm}^3
\end{aligned}$$

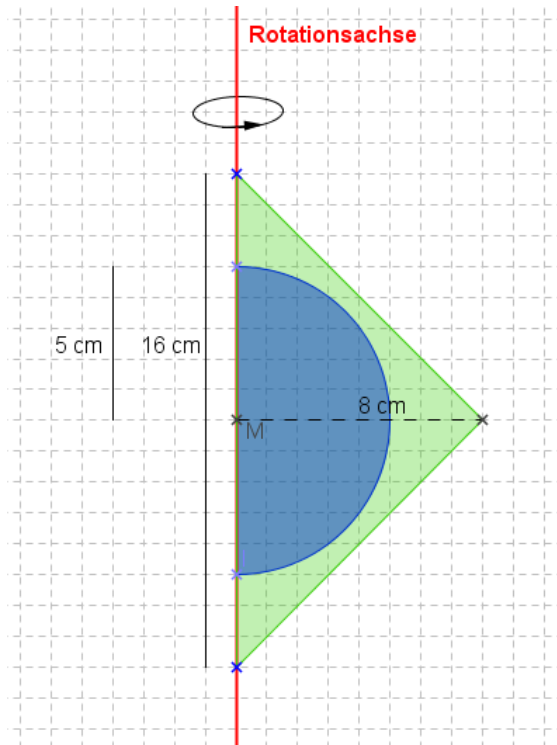
**Aufgabe 2:**

$$\begin{aligned}
V_{Körper} &= V_{Kegel} + V_{Zylinder} - V_{Halbkugel} && \text{Zylinder mit Grundkreisradius } a \text{ sowie Höhe } 2a \\
&= \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \pi \cdot a + a^2 \cdot \pi \cdot 2a - \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{4}{3} \cdot a^3 \cdot \pi \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot a^3 \cdot \pi + 2a^3 \cdot \pi - \frac{2}{3} \cdot a^3 \cdot \pi \\
&= \left[ \frac{1}{3} + 2 - \frac{2}{3} \right] \cdot a^3 \cdot \pi \\
&= 1 \frac{2}{3} \cdot a^3 \cdot \pi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
O_{Körper} &= M_{Kegel} + M_{Zylinder} + O_{Halbkugel} && \text{Zylinder mit Grundkreisradius } a \text{ und Höhe } 2a \\
&= m \cdot a \cdot \pi + [2a\pi] \cdot 2a + \frac{1}{2} \cdot [4a^2 \cdot \pi] && \text{Kegel mit Mantellinie } m: m^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow m = \sqrt{2} \cdot a \\
&= \sqrt{2} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{a^2} \cdot \pi + 4a^2\pi + 2a^2 \cdot \pi \\
&= [\sqrt{2} + 4 + 2]a^2 \cdot \pi = (6 + \sqrt{2})a^2 \cdot \pi
\end{aligned}$$

**Aufgabe 3:**

a) Skizze



$$b) V_{\text{Körper 1}} = 2 \cdot V_{\text{Kegel}} = 2 \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot (8 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ cm} \right] \approx 1072,33 \text{ cm}^3$$

c) Der Rotationskörper besteht aus zwei aufeinander stehenden Kegeln und enthält eine Hohlkugel.

$$V_{\text{Körper 2}} = V_{\text{Körper 1}} - V_{\text{Kugel}} = 2 \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot (8 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ cm} \right] - \frac{4}{3} \cdot (5 \text{ cm})^3 \cdot \pi \approx 548,73 \text{ cm}^3$$

d) Anteil des Volumens:

$$\frac{V_{\text{Körper 2}}}{V_{\text{Körper 1}}} = \frac{548,73 \text{ cm}^3}{1072,33 \text{ cm}^3} \approx 0,5$$

Das Volumen des Körpers verringert sich in etwa um die Hälfte (50 %).