

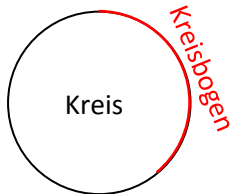
Bogenlänge - Bogenmaß - Gradmaß

M10

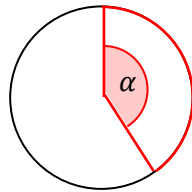
Der Umfang eines Kreises mit Radius r beträgt: $u = 2\pi \cdot r$

Der Umfang des Einheitskreises ($r = 1 \text{ LE}$) beträgt also: $u = 2\pi$

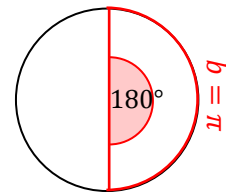
Ein **Kreisbogen** ist ein Stück eines Kreises:



Zu jedem Kreisbogen gehört ein **Mittelpunktswinkel**:



Bsp.: Der Kreisbogen zum Mittelpunktswinkel $\alpha = 180^\circ$ hat die Länge $b = \pi$



Weitere einfache Beispiele sind:

$$\alpha = 0^\circ \Leftrightarrow b = 0$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}\pi$$

$$\alpha = 270^\circ \Leftrightarrow b = 1\frac{1}{2}\pi$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow b = 2\pi$$

Am Einheitskreis wird die Bogenlänge b **Winkel im Bogenmaß** genannt.

Am Einheitskreis gilt:

$$\frac{\text{Winkel}}{\text{Vollwinkel}} = \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{b}{2\pi}$$

 \Rightarrow

$$\alpha = \frac{b}{2\pi} \cdot 360^\circ$$

 \Leftrightarrow

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

Aufgabe 1

Wandle die angegebenen Winkel vom Gradmaß ins Bogenmaß.

Rechne ohne Taschenrechner, und gib die Bogenlänge als Vielfaches von π an.

a) 60°

b) 240°

c) 30°

d) 120°

e) 18°

f) 320°

g) 2°

h) 300°

Aufgabe 2

Wandle die angegebenen Winkel vom Bogenmaß ins Gradmaß. Rechne ohne Taschenrechner.

a) $\frac{4}{3}\pi$

b) $\frac{2}{9}\pi$

c) $\frac{1}{5}\pi$

d) $1\frac{1}{4}\pi$

e) $\frac{10\pi}{9}$

f) $1\frac{5}{6}\pi$

g) $0,4\pi$

h) $1,75\pi$

Der Umfang eines Kreises mit Radius r ist r -mal so groß wie der Umfang des Einheitskreises: $u = 2\pi \cdot r$

Dadurch ist (bei gleichem Mittelpunktswinkel) auch jede Bogenlänge r -mal so groß wie am Einheitskreis.

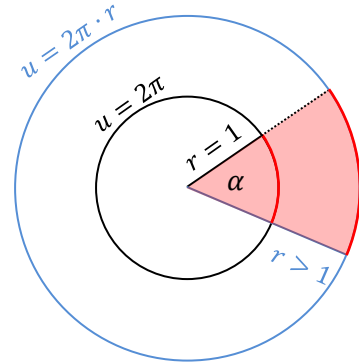
An beliebigen Kreisen gilt:

$$\alpha_{\text{Bogenmaß}} = \frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

$$\alpha_{\text{Gradmaß}} = \frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} \cdot 360^\circ$$

$$b = \alpha_{\text{Bogenmaß}} \cdot r = \left(\frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} \cdot 2\pi \right) \cdot r$$

$$\alpha_{\text{Gradmaß}} = \frac{b}{2\pi r} \cdot 360^\circ$$



Aufgabe 3

Berechne zum gegebenen Kreisradius und Mittelpunktswinkel die Bogenlänge (auf eine Nachkommastelle).

- a) $r = 5 \text{ cm}$; $\alpha = 90^\circ$ b) $r = 5 \text{ cm}$; $\alpha = 120^\circ$ c) $r = 10 \text{ cm}$; $\alpha = 30^\circ$ d) $r = 0,8 \text{ cm}$; $\alpha = 150^\circ$

Aufgabe 4

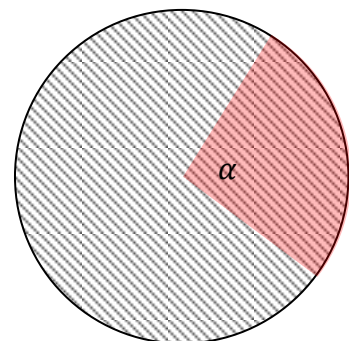
Berechne aus den gegebenen Größen Kreisradius und Bogenlänge den Mittelpunktswinkel im Bogenmaß und im Gradmaß (jeweils auf eine Nachkommastelle).

- a) $r = 5 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$ b) $r = 5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$ c) $r = 10 \text{ cm}$; $b = 9 \text{ cm}$ d) $r = 0,8 \text{ cm}$; $b = 0,1 \text{ cm}$

Der Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r beträgt: $A = \pi \cdot r^2$

Der Flächeninhalt eines Kreissektors ist ein Teil der Kreisfläche:

$$A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} \cdot \pi r^2 = \frac{b}{2\pi r} \cdot \pi r^2$$



Aufgabe 5

Berechne aus den gegebenen Größen Kreisradius und Mittelpunktswinkel den Flächeninhalt des Kreissektors (jeweils auf eine Nachkommastelle). Entscheide selbst, in welchem Maß der Winkel gegeben ist.

- a) $r = 5 \text{ cm}$; $\alpha = 90^\circ$ b) $r = 5 \text{ cm}$; $\alpha = \frac{\pi}{6}$ c) $r = 8 \text{ cm}$; $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ d) $r = 0,6 \text{ cm}$; $\alpha = 120^\circ$