Wurzeln, Heronverfahren, Intervalle – Lösung

1. a) $x_1 = 18,\ x_2 = -18$ b) $x_1 = 25,\ x_2 = -25$

   c) $x_1 = \frac{1}{17},\ x_2 = -\frac{1}{17}$ d) geht nicht.

2. a) $[7;8]$ b) $[3;4]$ c) $[-6;-5]$ d) $[4;5]$

   $[7{,}4;7{,}5]$ $[3{,}3;3{,}4]$ $[-5{,}2;\ -5{,}1]$ $[4{,}1;4{,}2]$

   $[7{,}43;7{,}44]$ $[3{,}31;3{,}32]$ $[-5{,}17;\ -5{,}16]$ $[4{,}12;4{,}13]$

   $[7{,}434;7{,}435]$ $[3{,}316;3{,}317]$ $[-5{,}167;\ -5{,}166]$ $[4{,}123;4{,}124]$

3. a) Zwischen **16** ($16^2 = 256$) und **17** ($17^2 = 289$)

   b) Zwischen **18** ($18^2 = 324$) und **19** ($19^2 = 361$)

   c) Zwischen **11** ($11^2 = 121$) und **12** ($12^2 = 144$)

4. a) Sinnvoller Anfangswert: $x_1 = 3 \rightarrow y_1 = \frac{12}{x_1} = 4$

   $x_2 = \frac{x_1+y_1}{2} = 3{,}5 \rightarrow y_2 = \frac{12}{3{,}5} = 3{,}4286$

   $x_3 = \frac{x_2+y_2}{2} = 3{,}4643 \rightarrow y_3 = \frac{12}{3{,}4643} = 3{,}4639$

   $x_4 = \frac{x_3+y_3}{2} = 3{,}4641 \rightarrow \mathbf{\sqrt{12} \approx 3{,}464}$

   b) Sinnvoller Anfangswert: $x_1 = 8 \rightarrow y_1 = \frac{80}{x_1} = 10$

   $x_2 = \frac{x_1+y_1}{2} = 9 \rightarrow y_2 = \frac{80}{9} = 8{,}8889$

   $x_3 = \frac{x_2+y_2}{2} = 8{,}94445 \rightarrow y_3 = \frac{80}{8{,}94445} = 8{,}9440 \rightarrow \mathbf{\sqrt{80} \approx 8{,}944}$

5. Kreuze alle richtigen Aussagen an:

   ☐ $\mathbb{Z}_0^+ \subset \mathbb{R}^+$

   ☒ $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

   ☒ $-0{,}122122122 \ldots \in \mathbb{Q}^-$

   ☒ $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{N}_0$

   ☐ $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$

   ☒ $\sqrt{(-2)^2} \in \mathbb{R}^+$

   ☐ $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{Q}$

   ☒ $0{,}121221222 \ldots \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$

6. Bestimme die Quadratwurzel, ohne den Taschenrechner zu verwenden.

   a) $0{,}3$ b) $1{,}4$

   c) $\frac{2}{3}$ d) 4