

Abivorbereitung 2013 (WORDBLITZ) – Lösungen

1. a)

	iPhone	Samsung	
installiert	17	7	24
installiert	33	23	56
	50	30	80

Zu testen: $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$?

Hier: $P(\text{iPhone}) \cdot P(\text{installiert}) = P(\text{iPhone} \cap \text{installiert})$?

$$\frac{50}{80} \cdot \frac{24}{80} = 18,75\% \neq \frac{17}{80} = 21,25\% ?$$

Die Aussage von Herrn Oppelt stimmt nicht, es liegt stochastische Abhängigkeit vor. Diese könnte mehrere Gründe haben, z.B.:

- App funktioniert auf iPhone besser
- App auf Samsung kostenpflichtig
- App auf Android später erschienen

b) $P(\text{Samsung} \cap \text{installiert}) = \frac{7}{80} = \mathbf{8,75\%}$

c) $P_{\text{installiert}}(\text{Samsung}) = \frac{P(\text{Samsung} \cap \text{installiert})}{P(\text{installiert})} = \frac{7}{24} \approx \mathbf{29,2\%}$

2. a) Alles beliebig: $26^{16} \approx \mathbf{4,36 \cdot 10^{22}}$

b) Jeder Buchstabe maximal einmal: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{10!} \approx \mathbf{1,1 \cdot 10^{20}}$

c) Zum Überlegen: man muss sich die Stellen aussuchen, an denen die Vokale stehen können. Diese können beliebig mit Vokalen gefüllt werden. Die restlichen Felder mit Konsonanten.

$$\binom{16}{4} \cdot 21^{12} \cdot 5^4 \approx \mathbf{8,37 \cdot 10^{21}}$$

d) Jetzt die Vokale ohne Zurücklegen: $\binom{16}{5} \cdot 21^{11} \cdot 5! \approx \mathbf{1,84 \cdot 10^{20}}$

3. a) $P(\text{kein } E) = B(16; 0,13; 0) = \binom{16}{0} \cdot 0,13^0 \cdot 0,87^{16} \approx \mathbf{10,8\%}$

b) $P(\text{genau 5 } E) = B(16; 0,13; 5) = \binom{16}{5} \cdot 0,13^5 \cdot 0,87^{11} \approx \mathbf{3,5\%}$

c) $P(E \text{ in Feld } (2|2)) = \mathbf{13\%}$

d) $P_{4 \rightarrow E}(\text{Diagonale aus } E's) = \frac{2}{\binom{16}{4}} \approx \mathbf{0,11\%}$

e) Erwartungswert: $\mu = n \cdot p = 16 \cdot 0,13 = \mathbf{2,08}$

$$\sum_{i=0}^2 B(16; 0,13; i) = \binom{16}{0} \cdot 0,13^0 \cdot 0,87^{16} + \binom{16}{1} \cdot 0,13^1 \cdot 0,87^{15} + \binom{16}{2} \cdot 0,13^2 \cdot 0,87^{14} \\ \approx \mathbf{65,4\%}$$

4. Es sind die Terme bei b) und bei c) da nur hier die Formel für die Binomialverteilung zutrifft. Einmal mit der Verteilung der drei Konsonanten (b)), einmal mit der Verteilung der restlichen Buchstaben (c)).

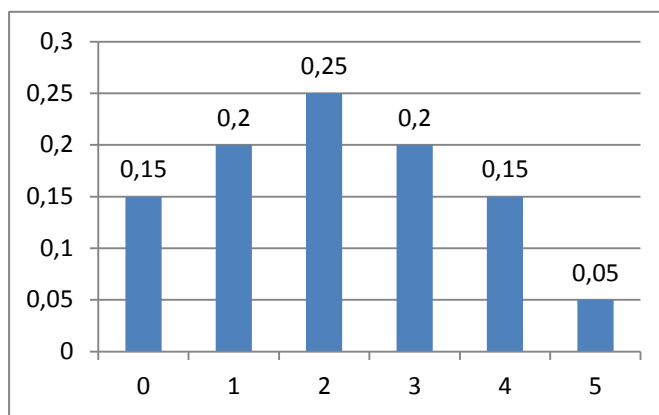
5. Die linken oberen vier Felder systematisch durchzählen, dann mit 4 multiplizieren:

$$P(\text{SCH}) = \frac{4 \cdot (15 + 24 + 24 + 39)}{16 \cdot 15 \cdot 14} = \frac{17}{140} \approx \mathbf{12,1\%}$$

$$P(\text{CH}) = \frac{4 \cdot (3 + 5 + 5 + 8)}{16 \cdot 15} = \frac{25}{240} \approx \mathbf{10,4\%}$$

6. Ich betrachte nur die oberen acht Felder. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass hier genau zwei von insgesamt fünf vorkommenden Vokalen stehen.

7. a)



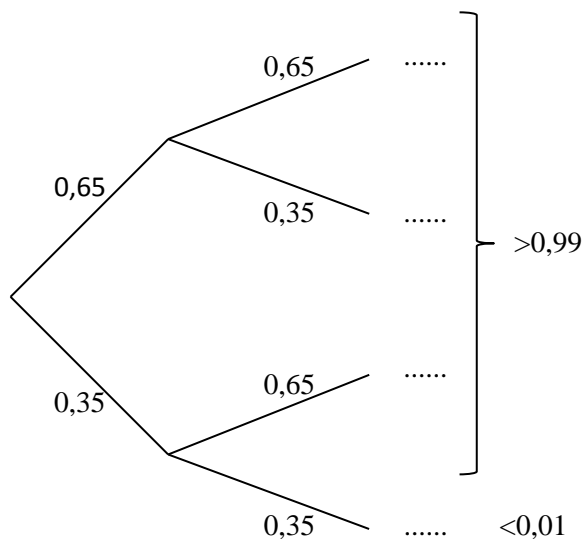
b) $P(\text{mehr als } 2 E) = 1 - P(\text{höchstens } 2 E) = 1 - 0,6 = \mathbf{0,4}$

c) $E(Z) = 0 \cdot 0,15 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,05 = \mathbf{2,15}$

Der Buchstabe E erscheint im Schnitt 2,15 Mal.

d) $Var(Z) = (0 - 2,15)^2 \cdot 0,15 + (1 - 2,15)^2 \cdot 0,2 + (2 - 2,15)^2 \cdot 0,25 +$
 $= (3 - 2,15)^2 \cdot 0,2 + (4 - 2,15)^2 \cdot 0,15 + (5 - 2,15)^2 \cdot 0,05 = \mathbf{2,0275}$

8.



$$0,35^n < 0,01 \quad |\ln(\dots)$$

$$n \cdot \ln 0,35 < \ln 0,01$$

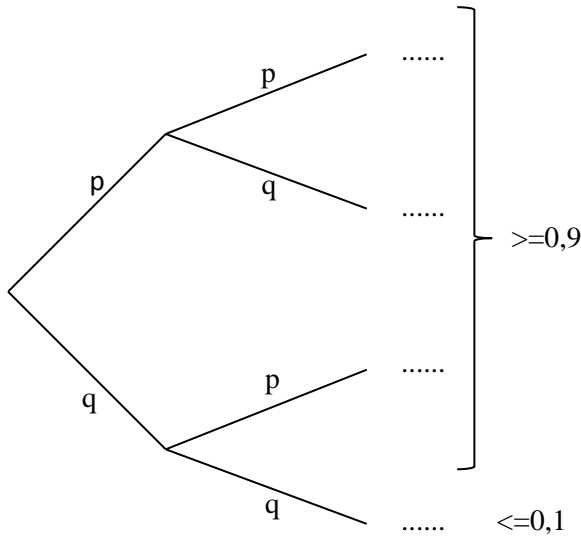
$$n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,35}$$

$$n > 4,38$$

$$n \geq 5$$

Er muss mindestens 5 Mal spielen.

9.



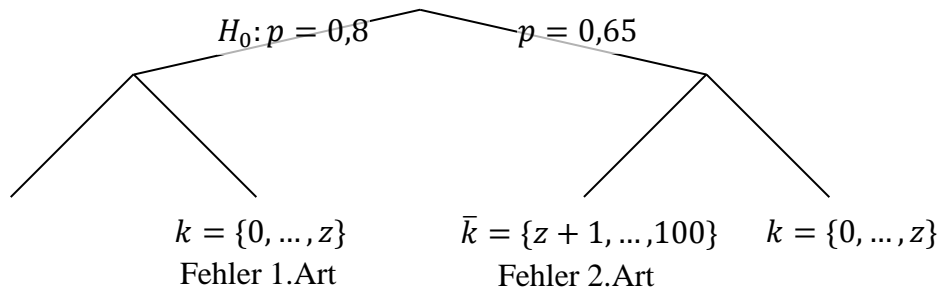
$$q^7 < 0,1 \quad | \quad \sqrt[7]{\quad}$$

$$q < 0,72$$

$$\rightarrow p = 1 - q = 0,28$$

Die Siegquote muss mindestens 28% betragen.

10. a)



$$\sum_{i=z+1}^{100} B(100; 0,65; i) < 0,1$$

$$\sum_{i=0}^z B(100; 0,8; i) > 0,9$$

$\rightarrow z = 71 \rightarrow$ Als kritischen Bereich muss man 0 bis 71 wählen.

b) Gesucht ist der Fehler 1. Art: $\sum_{i=0}^{71} B(100; 0,8; i) = 0,02002 \approx 2,0\%$

Die Wahrscheinlichkeit liegt bei etwa 2%.

c) Um beide Fehler gleichzeitig zu verringern, muss der Stichprobenumfang vergrößert werden.

11. a) $E(L) \approx 3 \cdot 0,15 + 8 \cdot 0,23 + 13 \cdot 0,26 + 18 \cdot 0,22 + 23 \cdot 0,12 + 28 \cdot 0,02 = 12,95$

b) Pro Level etwa 5,2%, wobei bei Level 13 das Maximum liegt und das Mimimum bei etwa 5,1% sein sollte, da sonst der Übergang zu Level 6-10 nicht passt.

c) Insgesamt wird sich die Kurve nach rechts verschieben, da man mit Level 1 nicht weiter absteigen kann, aber nach oben hin die Skala offen ist.

