

### **1. Verdopplungszeit am Beispiel Zinsen**

Auf ein Sparbuchguthaben bekomme man von der Bank jährlich 1,5% Zinsen.

- a) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich das Gesamtvermögen verdoppelt, wenn die Zinsen ausbezahlt werden und ohne Zinseszins, also z.B. in einem Sparschwein, aufbewahrt werden.
- b) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich das Guthaben verdoppelt, wenn die Zinsen auf dem Sparbuch gutgeschrieben werden und so ebenfalls mit 1,5% verzinst werden.

Das Guthaben sei zu Beginn 1000€.

- c) Stellen Sie die Funktionsgleichung für das Guthaben als natürliche Exponentialfunktion dar und leiten Sie daraus her, dass für die Verdopplungszeit  $t_D = \frac{\ln 2}{\ln 1,015}$  gilt. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Aufgabe b).

Allgemein lautet die Formel aus c)  $t_D = \frac{\ln 2}{k}$ , wobei  $k = \ln a$

- d) Geben Sie die Fachbegriffe für  $a$  und  $k$  an und berechnen Sie mit der Formel den Zinssatz, bei dem sich das Guthaben in 28 Jahren verdoppelt.

### **2. Halbwertszeit am Beispiel Kreditrückzahlung**

Zahlt man von einem Kredit über 100000€ jedes Jahr 5000€ ab, hat man logischerweise nach 10 Jahren die Hälfte und nach 20 Jahren den gesamten Kredit abbezahlt.

- a) Untersuchen Sie, wie sich diese Zeiträume ändern, wenn man jedes Jahr nicht 5% des ursprünglichen Kredites, sondern 5% der in diesem Moment noch ausstehenden Schulden abbezahlt.

Ergebnis zum Weiterrechnen in b): Die Halbwertszeit beträgt 13,5 Jahre

Beschreibt man exponentielles Wachstum mit der Funktionsgleichung  $f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$ , so ergibt sich für negatives Wachstum die Halbwertszeit  $t_H = -\frac{\ln 2}{k}$ .

- b) Leiten Sie diese Formel her und bestätigen Sie damit die 13,5 Jahre aus Aufgabe 2a).