**Musterlösung**

1. Verdopplungsszeit am Beispiel Zinsen

a) Verdoppeln bedeutet 100% Zuwachs. *t* sei die Anzahl der Jahre.

$t \cdot 1{,}5\% = 100\%$

$t = \frac{100}{1{,}5} = 66{,}7$

b) Jedes Jahr verändert sich das Guthaben um den Faktor 1,015.

$1{,}015^t = 2$

$t = \ln_{1{,}015} 2 = 46{,}6$

c) $f(x) = 1000\,€ \cdot e^{\ln 1{,}015 \cdot t}$

$2 = e^{\ln 1{,}015 \cdot t}$ / ln

$\ln 2 = \ln 1{,}015 \cdot t$ / : ln 1,015

d) Der Wachstumsfaktor *a* und die Wachstumskonstante *k*.

$28 = \frac{\ln 2}{\ln a}$ / $\cdot \ln a$ ; :28

$\ln a = \frac{\ln 2}{28}$ / e

$a = e^{\frac{\ln 2}{28}} = 1{,}02506$ , also 2,5% Zinsen.

2. Halbwertszeit am Beispiel Kreditrückzahlung

a) Jedes Jahr verringern sich die Schulden um den Faktor 1-0,05=0,95.

$50000\,€ = 100000\,€ \cdot 0{,}95^t$

$\frac{1}{2} = 0{,}95^t$

$t = \log_{0{,}95} \frac{1}{2} = 13{,}5$

Die gesamte Summe hat man laut Exponentialfunktion nie abbezahlt.
In der Realität, wo es keine beliebig kleinen Geldbeträge gibt, dauert das Abbezahlen sehr lang.

Z.B.: $0{,}01\,€ = 100000\,€ \cdot 0{,}95^t$

$t = \log_{0{,}95} \frac{1}{10000000} = 314{,}2$

b) $\frac{1}{2} \cdot c = c \cdot e^{k \cdot t_H}$ / ln

$\ln \frac{1}{2} = k \cdot t_H$

$\ln 1 - \ln 2 = k \cdot t_H$

$0 - \ln 2 = k \cdot t_H$ / :k

$t_H = -\frac{\ln 2}{\ln 0{,}95} = 13{,}5$