

Lagebeziehung Geraden-Ebenen - Lösungen

1. h in F einsetzen: $-3 + 7t + 5(-1 - t) = -6 \rightarrow t = 1$

t in h einsetzen: **$Q(4|-2|0)$**

2. Zeige, dass RV_g und NV_E senkrecht zueinander:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = -4 - 4 + 8 = 0 \rightarrow \text{Gerade verl\u00e4uft parallel zur Ebene.}$$

Punktprobe (Aufpunkt der Geraden in Ebene einsetzen): $6 - 8 - 2 = -4 \neq 4$

\rightarrow Gerade verl\u00e4uft echt parallel zur Ebene.

3. Gleichsetzen: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

(1) $2 + 3r = -5 + s + 2t$

(2) $-1 - r = 6 + 5t \rightarrow r = -5t - 7$

(3) $-2r = 15 - 4s - t$

(2) in (1), (3): (1*) $2 - 15t - 21 = -5 + s + 2t \rightarrow s = -14 - 17t$

(3*) $10t + 14 = 15 - 4s - t \rightarrow 4s + 11t = 1$

(1*) in (3*) $-56 - 68t + 11t = 1 \rightarrow t = -1, r = -2 \rightarrow S(-4|1|4)$

4. Richtungsvektor der Geraden: $\begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ -8 \end{pmatrix} \rightarrow h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ -8 \end{pmatrix}$

5. a) Zu zeigen: RV_g, RV_{1E}, RV_{2E} sind linear abh\u00e4ngig voneinander.

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix} = -24 + 0 + 8 - 0 + 12 + 4 = 0 \rightarrow g \parallel E.$$

b) RV der Geraden: $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow f: \vec{X} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ mit } a, b, c \in \mathbb{R}$