Gebrochen-rationale Funktionen – Zusammenhang zwischen Funktionsterm und Graph – Aufgaben

1. Nennen Sie alle Eigenschaften einer gebrochen-rationalen Funktion, die mit Hilfe des Funktionsterms ermittelt werden können und beim Zeichnen des Graphen hilfreich sind.

2. Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \frac{4}{(x^2-9)}$.

   a) Berechnen Sie $f(-x)$ und deuten Sie das Ergebnis geometrisch.

   b) Geben Sie die Definitionsmenge von f an und erklären Sie, warum f keine Nullstellen hat.

   c) Untersuchen Sie die Polstellen von f rechnerisch auf ihre Art und erklären Sie, wie man diese auch durch die Betrachtung des Funktionsterms begründen kann.

   d) Geben Sie das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$ an und begründen Sie Ihre Entscheidung.

   e) Skizzieren Sie den Graphen von f und überprüfen Sie Ihre Zeichnung mit Hilfe eines Funktionsplotters.

3. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^2}{(x-2)(x+2)}$.

   a) Überprüfen Sie den Graphen von f auf Symmetrie.

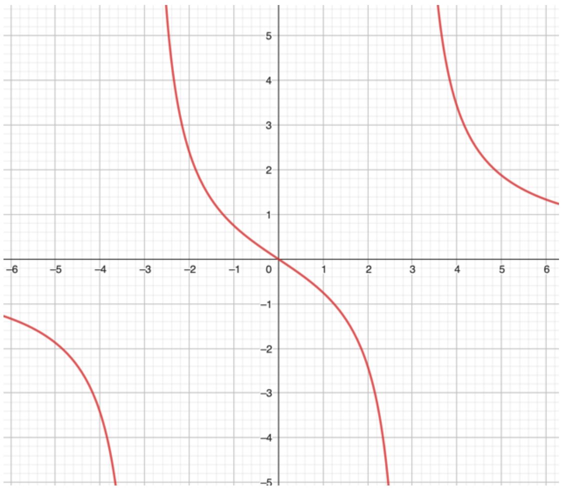
   b) Überprüfen Sie rechnerisch das Verhalten des Graphen von f für $x \to \pm\infty$ und erklären Sie, wie man das Ergebnis auch durch die Betrachtung des Funktionsterms begründen kann.

   c) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von f keinen Schnittpunkt mit seiner waagrechten Asymptote hat.

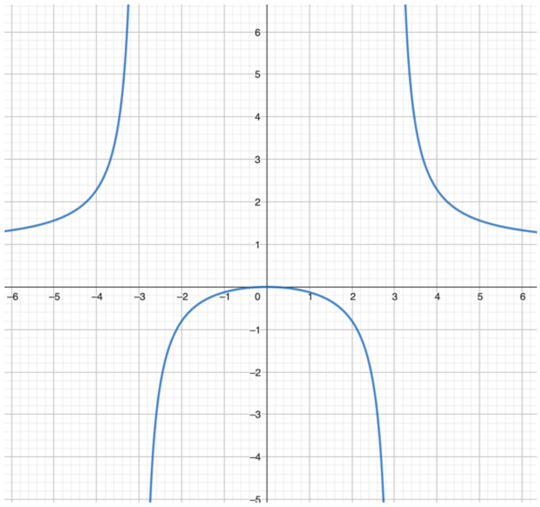
   d) Ändern Sie den Funktionsterm von f derart, sodass der Graph von f^* eine schräge Asymptote besitzt.

4. Ordnen Sie den Funktionstermen den jeweils passenden Graphen zu und nennen Sie mindestens je zwei Merkmale, anhand derer die Zuordnung deutlich wird.

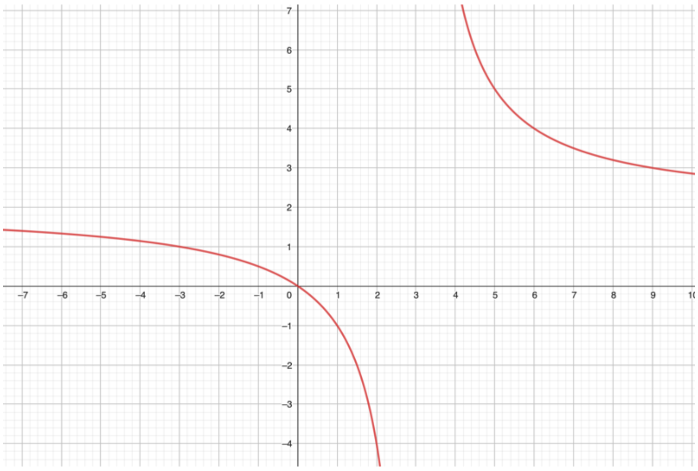
$f(x) = \frac{6x}{x^2-9}$ $\qquad$ $g(x) = \frac{6x}{(x-3)^2}$ $\qquad$ $h(x) = \frac{x^2}{(x-3)(x+3)}$ $\qquad$ $i(x) = \frac{2x}{(x-3)}$ $\qquad$ $j(x) = \frac{6x}{(x-3)(x+3)}$



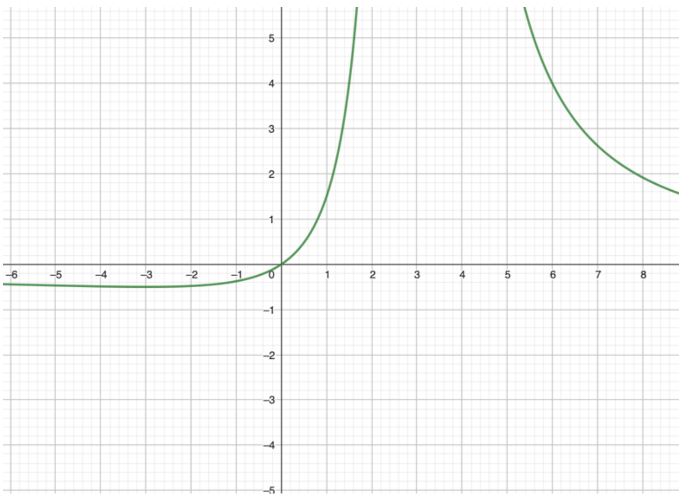
A



B



C



D