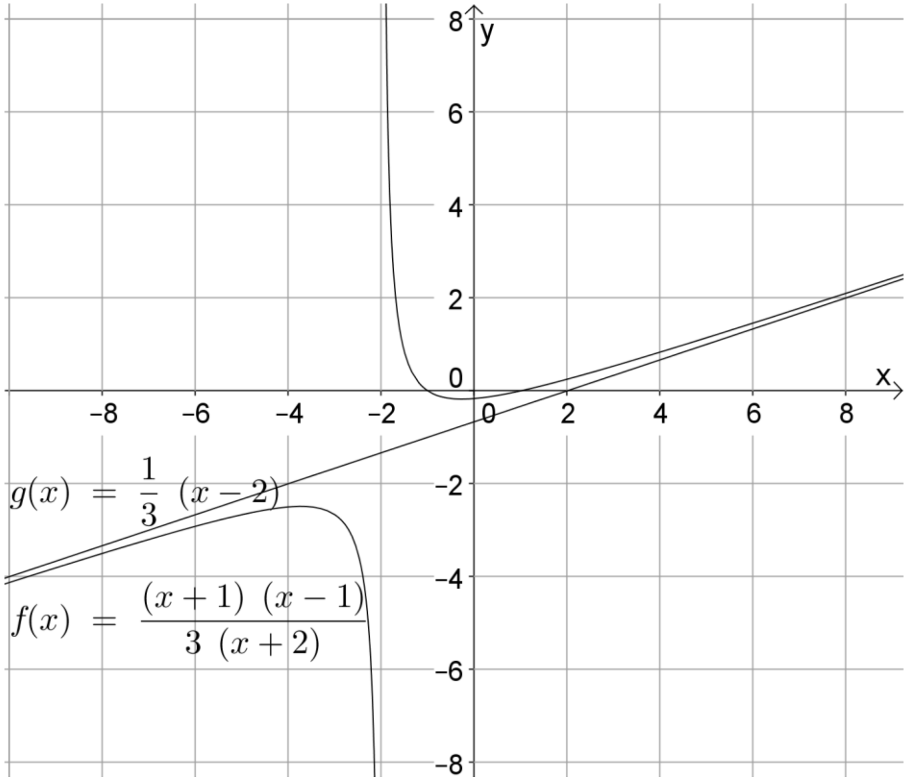
Untersuchung Rationaler Funktionen - Lösungen

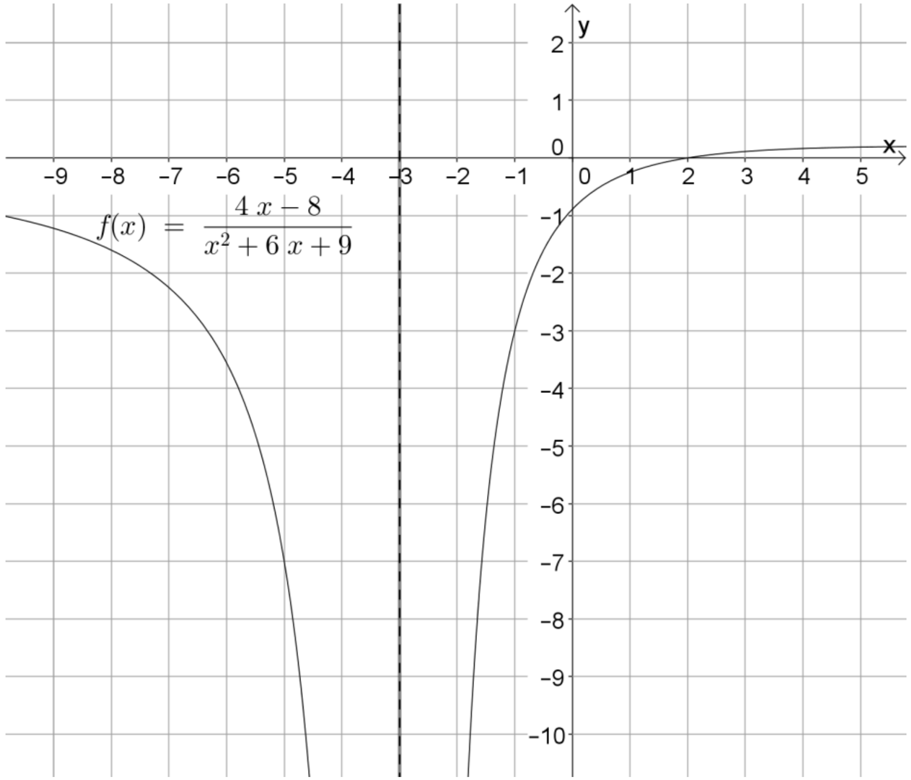
	Faktorisierte Form von f(x)	D_f	hebbare Def.-lücken	Polstellen = senkr. Asymptoten	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$	waagr. Asymptoten	schräge Asymptoten	NST	S_y
a)	$\frac{(x+1)(x-1)}{3\cdot(x+2)}$	$\mathbb{R}\backslash\{-2\}$	--	$x=-2$ mit VZW	$"-\infty"$	$"+\infty"$	--	$\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$	$\{-1;1\}$ beide mit VZW	$S_y\left(0\middle|-\frac{1}{6}\right)$
b)	$\frac{4\,(x-2)}{(x+3)^2}$	$\mathbb{R}\backslash\{-3\}$	--	$x=-3$ ohne VZW	0	0	$y=0$	--	$\{2\}$ mit VZW	$S_y\left(0\middle|-\frac{8}{9}\right)$
c)	$\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{-2(x^2+4)(x-2)}$	$\mathbb{R}\backslash\{2\}$	--	$x=2$ mit VZW	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$y=-\frac{1}{2}$	--	$\{1\}$ mit VZW	$S_y\left(0\middle|-\frac{1}{16}\right)$
d)	$\frac{(x-4)(x+2)}{x(x-4)}$	$\mathbb{R}\backslash\{0;4\}$	$\{4\}$	$x=0$ mit VZW	1	1	$y=1$	--	$\{-2\}$ mit VZW	existiert nicht
e)	$\frac{x^2(x+2)(x-2)(x+1)}{(x+3)^2(x-4)(x-6)^2}$	$\mathbb{R}\backslash\{-3;4;6\}$	--	$x=-3$ und $x=6$ ohne VZW, $x=4$ mit VZW	1	1	$y=1$	--	$\{-2;-1;0;2\}$ außer 0 alle mit VZW	$S_y(0\|0)$
f)	$\frac{1}{6}(x-2)^2+\frac{3}{x-2}$	$\mathbb{R}\backslash\{2\}$	--	$x=2$ mit VZW	$"+\infty"$	$"+\infty"$	--	-- (G_f nähert sich hier an die Parabel $y=\frac{1}{6}(x-2)^2$ an.)	(ca. -0,6)	$S_y\left(0\middle|-\frac{5}{6}\right)$
g)	$\frac{3x^2+3x-(2x-4)}{(x-2)(x+1)}=\frac{3x^2+x+4}{(x-2)(x+1)}$	$\mathbb{R}\backslash\{-1;2\}$	--	$x=2$; $x=-1$ mit VZW	3	3	$y=3$	--	--	$S_y(0\|-2)$

Zeichnungen:

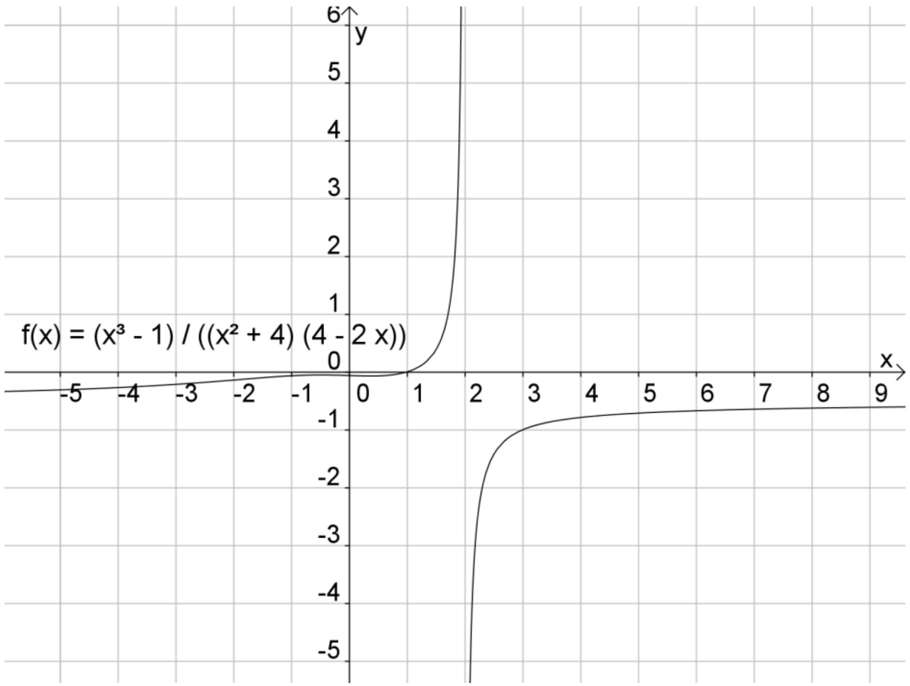
a)



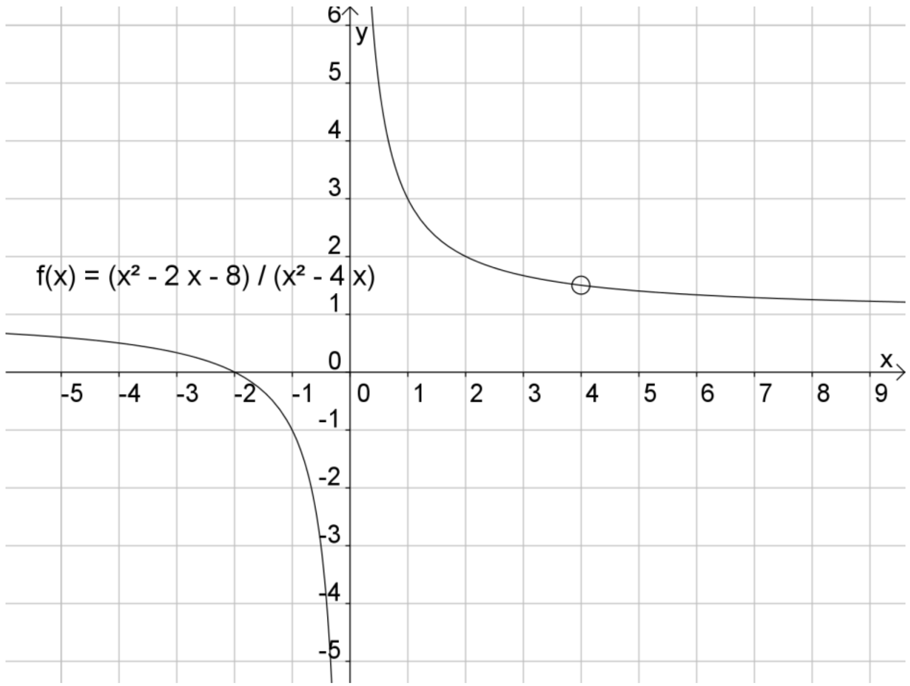
b)



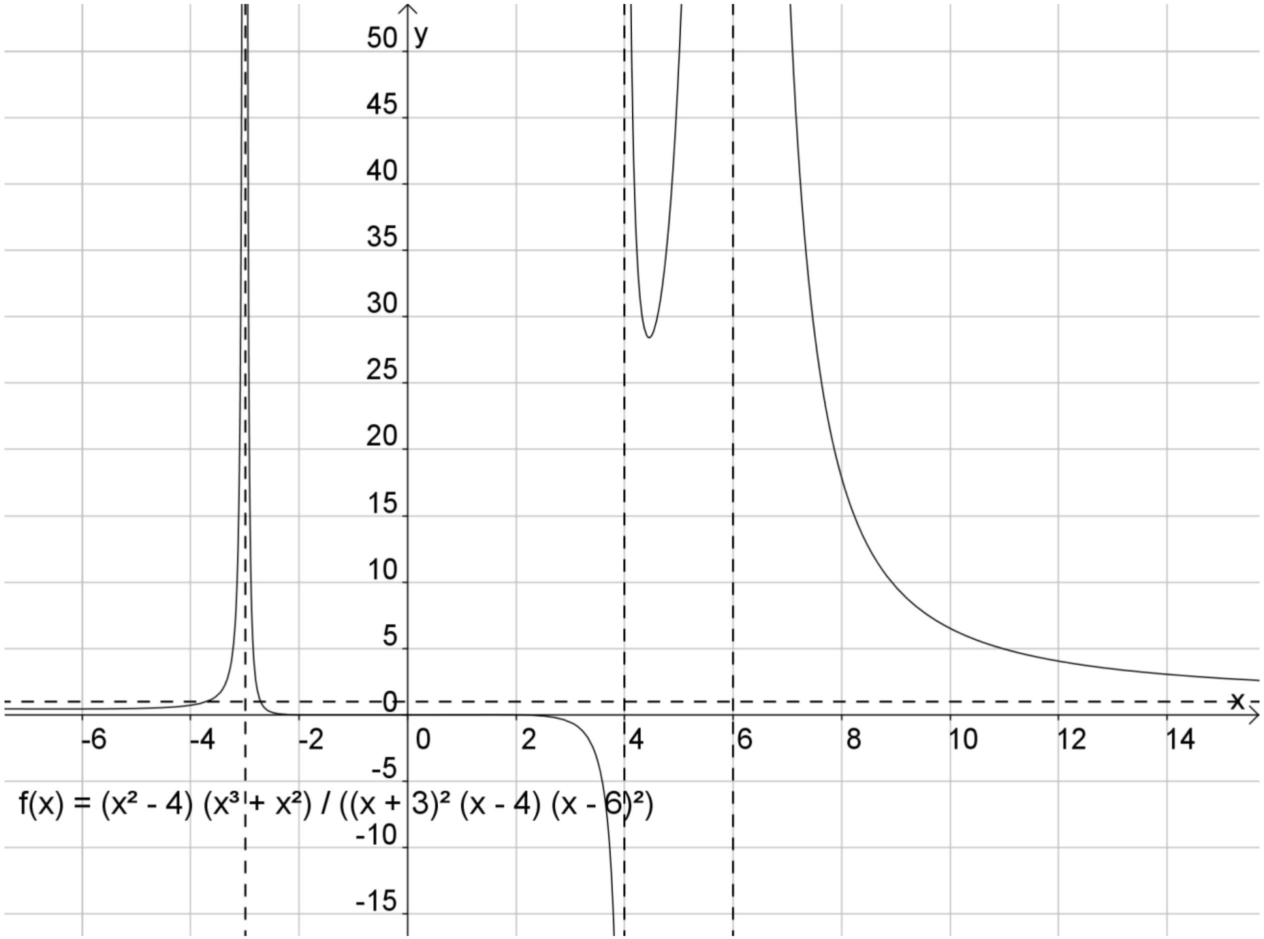
c)



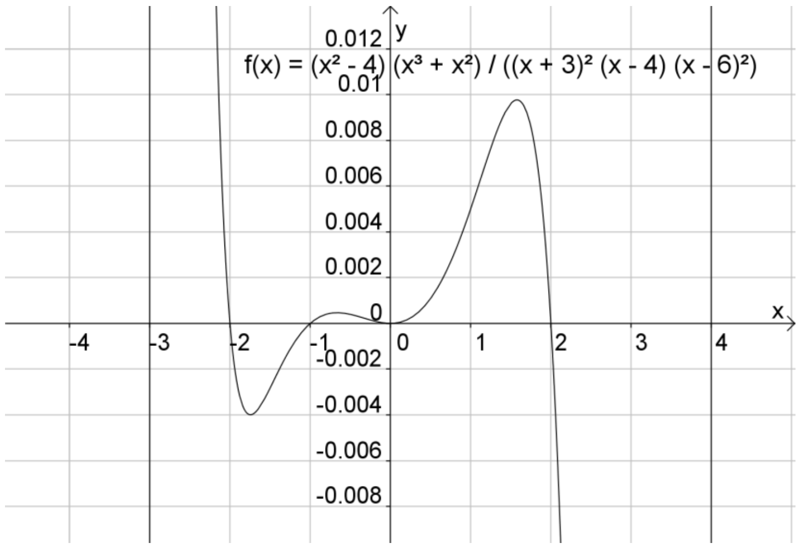
d)



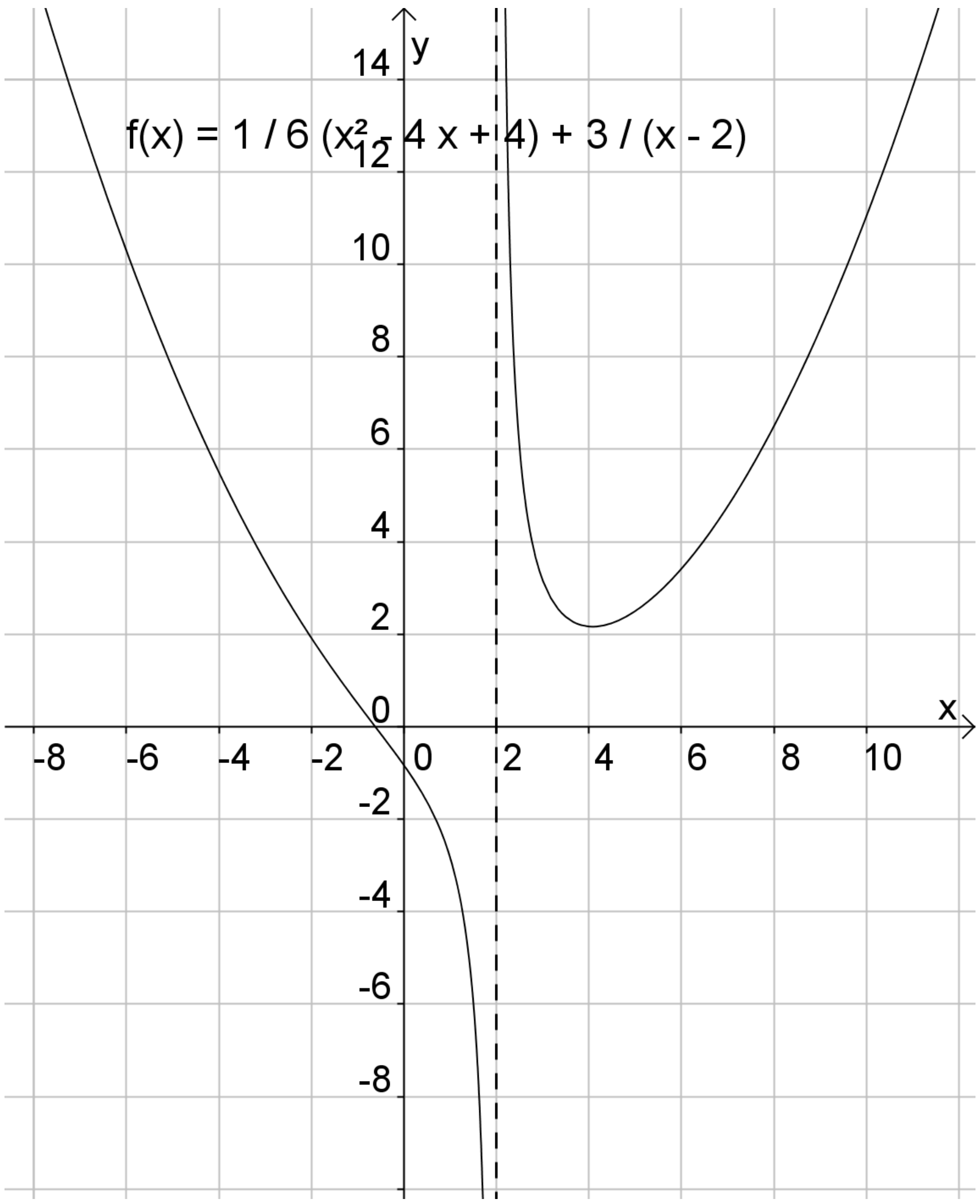
e)



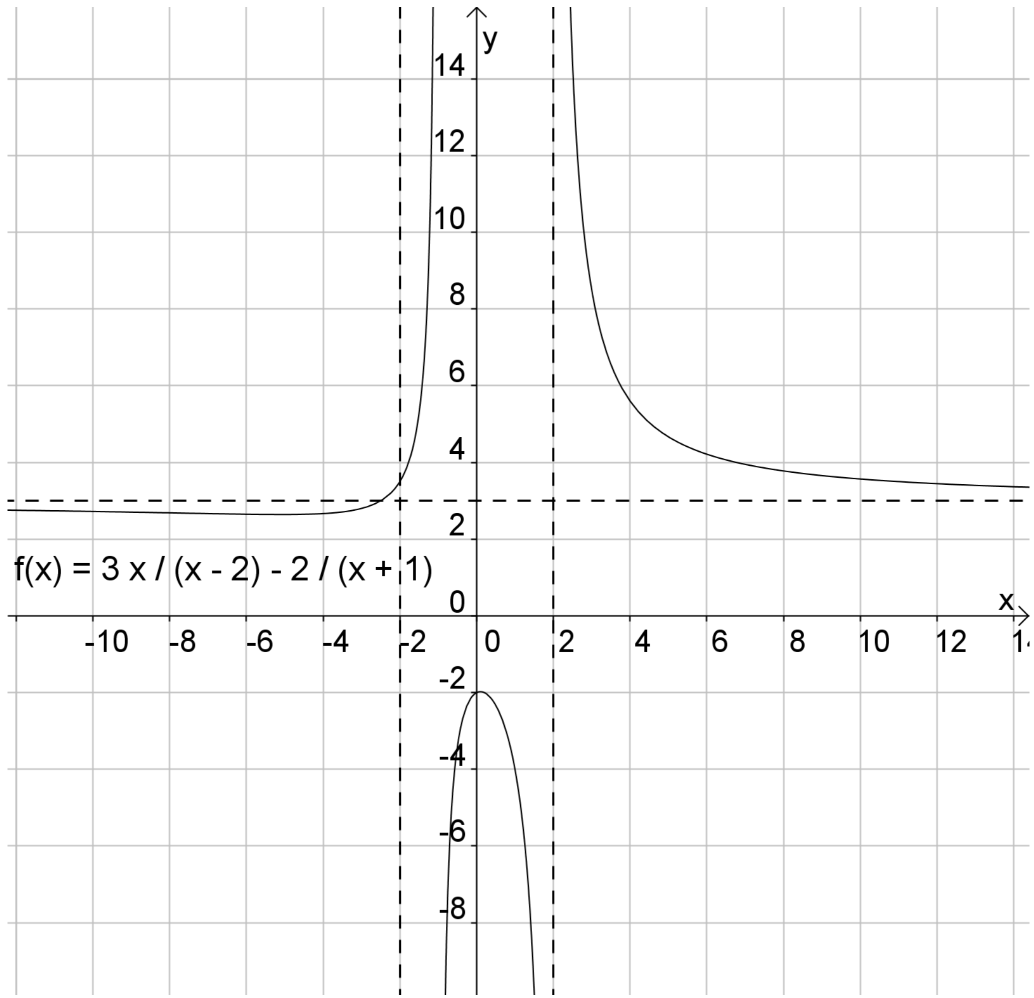
Vergrößerung im Ursprung (Nullstellen):



f)


f(x) = 1 / 6 (x² - 4 x + 4) + 3 / (x - 2)
y
x
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

g)


f(x) = 3 x / (x - 2) - 2 / (x + 1)
y
x
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
12