

## Aufgaben zur mittleren und lokalen Änderungsrate – Lösung

1.

- a. Daten zur Garland-3er-Sesselbahn (Quelle: <http://www.brauneck-bergbahn.de/ueber-uns/unsere-bahnen/>):

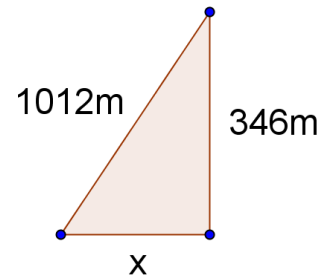
„Höhenunterschied: 343,8 m, Streckenlänge: 1012,2 m, Beförderungskapazität: 1775 Personen/h, Höhe der Talstation: 1171 m, Höhe der Bergstation: 1517 m“

Höhendifferenz Lift:  $1517\text{m} - 1171\text{m} = 346\text{m}$  (Dies weicht leicht vom angegebenen Höhenunterschied (s.o.) ab.)

Horizontale Distanz zw. den Liftstationen:  $x^2 + (346\text{m})^2 = (1012\text{m})^2 \rightarrow x \approx 951\text{m}$

Mittlere Höhenänderungsrate pro horizontaler Strecke:  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{346}{951} \approx 0,364$  (Höhenmeter pro horizontal zurückgelegter Strecke).

- b. Pro Meter horizontal zurückgelegter Strecke gewinnt man im Lift durchschnittlich etwa 36,4 cm an Höhe.



2.

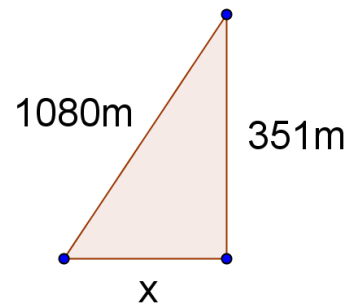
- a. Daten „Kaserer 2“ – Skilift: 1440 Pers./h, Höhe Tal: 2708 m, Höhe Berg: 3059m, Länge 1080m, (Quelle:

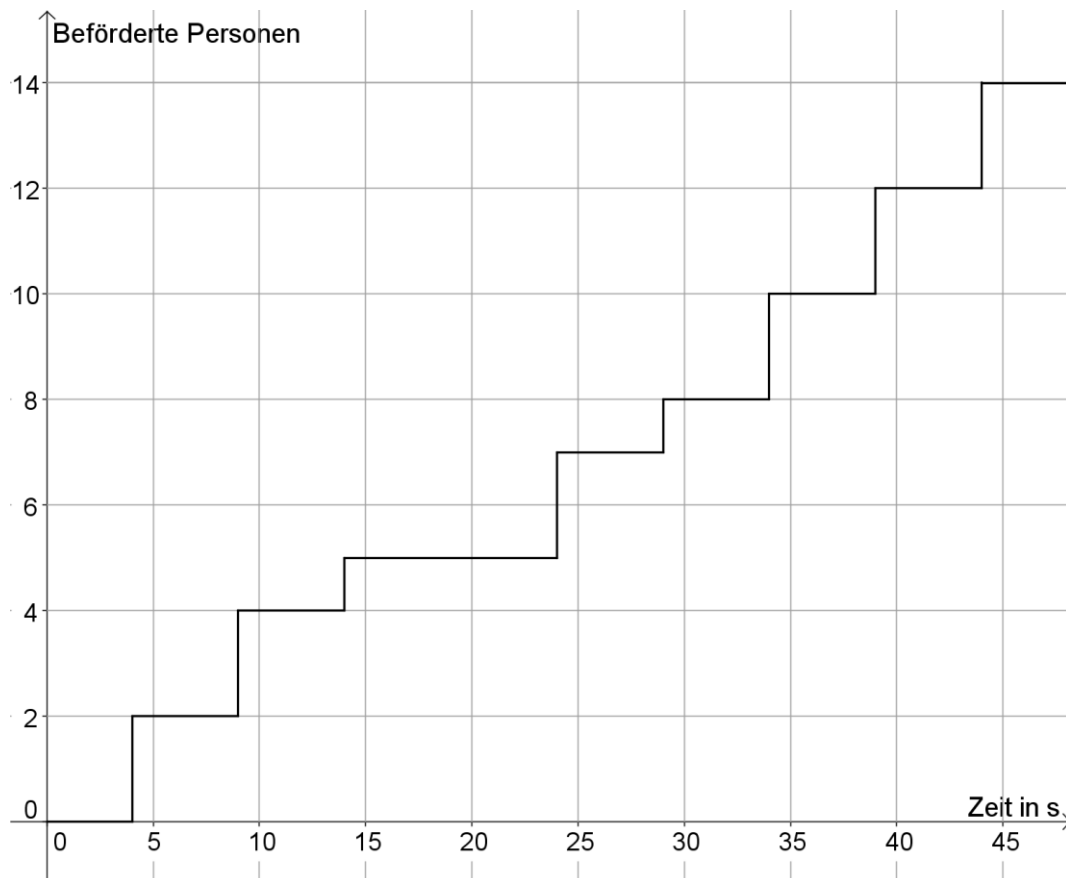
<http://www.hintertuxergletscher.at/de/skifahren/pistenplaene.html>, dort: interaktiver Pistenplan Hintertuxer Gletscher)

- b. Horizontale Distanz zw. den Liftstationen:  $x^2 + (351\text{m})^2 = (1080\text{m})^2 \rightarrow x \approx 1021\text{m}$

mittlere Höhenänderungsrate:  $m = \frac{3059-2708}{1021} \approx 0,344$

- c. Die mittlere Höhenänderungsrate, bezogen auf die Horizontalstrecke, gibt die mittlere Steigung der Piste an (hier: 34,4%). Die Buckelpiste weist aber lokal größere und kleinere Steigungswerte als diesen auf. An jedem Buckel der Piste z.B. treten positive (Buckelanstieg) und negative (Rückseite eines Buckels) Steigungswerte auf.
- d. Die Angabe 1440 Pers./h ist eine zeitliche Beförderungsrate bei voller Auslastung des Liftes. Sie gibt an, wie viele Personen in einer bestimmten Zeit vom Ein- zum Ausstieg des Liftes befördert werden.
- e. Es werden maximal  $1440 \frac{\text{Personen}}{\text{h}} = 0,4 \frac{\text{Personen}}{\text{s}}$  befördert. Es steigen bei einem voll besetzten Zweierlift immer zwei Personen gleichzeitig ein und aus.  $2 \text{ Personen} : \left(0,4 \frac{\text{Personen}}{\text{s}}\right) = 5\text{s}$ , also fährt alle 5 Sekunden ein Bügel für zwei Personen am Einstieg vorbei. Man hat 5 Sekunden Zeit zum Einstieg.
- f. Es kann sich bei der Angabe nicht um eine lokale Änderungsrate handeln, da diese entweder  $0 \frac{\text{Personen}}{\text{s}}$  beträgt (momentan steigt keine Person aus dem Lift aus) oder sie liegt weit über  $0,4 \frac{\text{Personen}}{\text{s}}$ , denn bei einer als beliebig kurz angenommenen Ausstiegszeit wird die momentane Beförderungsrate unendlich groß  $\left[\frac{2 \text{ Personen}}{\text{beliebig kurze Ausstiegszeit}} \approx \frac{2 \text{ Personen}}{0 \text{ s}}\right]$ . Im zeitlichen Mittel werden  $0,4 \frac{\text{Personen}}{\text{s}}$  vom Ein- zum Ausstieg transportiert. Es handelt sich um eine mittlere Änderungsrate.
- g. 1440 Personen/h ist die (mittlere) Änderungsrate der durch den Lift bereits beförderten Personen.





Der Graph ist idealisiert eine „Treppenfunktion“ mit Sprungstellen im Abstand von Vielfachen von 5 Sekunden. Die Sprunghöhe des Graphen der Anzahl der beförderten Personen richtet sich danach, ob ein Bügel mit einer Person, zwei Personen, oder gar nicht besetzt ist.

3.

- mittlere Datenübertragungsrate:  $(2,77 \text{ MB}) : (3,2 \text{ s}) = \frac{277}{320} \frac{\text{MB}}{\text{s}} \approx 0,87 \frac{\text{MB}}{\text{s}}$ . Dies ist die Änderungsrate der bereits übertragenen Daten (gemessen z.B. in MB).
- Für den Transfer standen effektiv nur 2 Sekunden Zeit zur Verfügung. Die momentane Datenübertragungsrate muss deshalb in der restlichen Zeit zumindest teilweise über der mittleren Datenübertragungsrate von  $0,87 \frac{\text{MB}}{\text{s}}$  gelegen haben. Mindestens muss die momentane Datenübertragungsrate einen Wert von  $(2,77 \text{ MB}) : (2 \text{ s}) = 1,385 \frac{\text{MB}}{\text{s}}$  erreicht haben.
- Je mehr sich die Gesamtzeit der tatsächlichen Übertragungspausen dem Wert 3,2 Sekunden annähert, desto größer muss die (maximale) momentane Datentransferrate in der verbliebenen Restzeit gewesen sein, damit die feste Datenmenge der Email übertragen werden konnte. Bei einer Übertragungspause von 3,2 Sekunden wächst die (maximale) lokale Änderungsrate der übertragenen Daten asymptotisch gegen Unendlich.

4.

- a. Das Unternehmen erzielt bei einer Produktionsrate von ca.  $11,5 \cdot 100 = 1150$  produzierten Smartphones pro Tag den höchsten Gewinn. Von 250 bis zu 1150 pro Tag produzierten Smartphones ist die Änderungsrate des Gewinns positiv, es tritt ein Gewinnzuwachs bei steigender Produktionsrate auf. Ab einer Produktionsrate von 1150 wird die Änderungsrate des Gewinns negativ, es findet also bei weiterer Produktionssteigerung eine Gewinnabnahme statt. Bei 1150 tägl. produzierten Smartphones ist der Gewinn deshalb (lokal) am höchsten.
- b. Den höchsten Zusatzgewinn erbringt ein zusätzlich produziertes Smartphone bei einer Produktionsrate von 700 pro Tag, da bei dieser Produktionszahl pro Tag die Änderungsrate des Gewinns am höchsten ist. Ein zusätzlich produziertes Smartphone erbringt bei dieser Produktionsrate einen Gewinnzuwachs von ca.  $5,4 \cdot 1000\text{€} : 100 = 5400\text{€} : 100 = 54\text{€}$ .
- c. Graph der Gewinnfunktion siehe untere Abbildung, dicker gezeichneter Graph.

