

Funktionen mit Parametern

Gegeben sind die Funktionen

$$f_k : x \mapsto \frac{2x^2 - 8}{x^2 + k}, k \in \mathbb{R} \setminus \{-4\} \text{ mit maximaler Definitionsmenge.}$$

1. Bestimme in Abhängigkeit vom Parameter k die Definitionsmenge sowie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.
2. Untersuche die Funktionen auf Symmetrien zum Koordinatensystem.
3. Zeige durch Rechnung, dass alle Graphen der Funktionenschar die gleiche waagrechte Asymptote besitzen.
4. Untersuche die Funktionenschar auf senkrechte Asymptoten (in Abhängigkeit von k)
5. Berechne in Abhängigkeit vom Parameter k die die Koordinaten der Extrempunkte von f_k und bestimme ihre Art.
6. Zeichne in das untenstehende Koordinatensystem die Graphen der Funktionen f_2 ($k = 2$), f_{-2} ($k = -2$) und f_{-6} ($k = -6$) unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse ein.
7. Welcher Spezialfall ergibt sich für den Wert $k = -4$?

