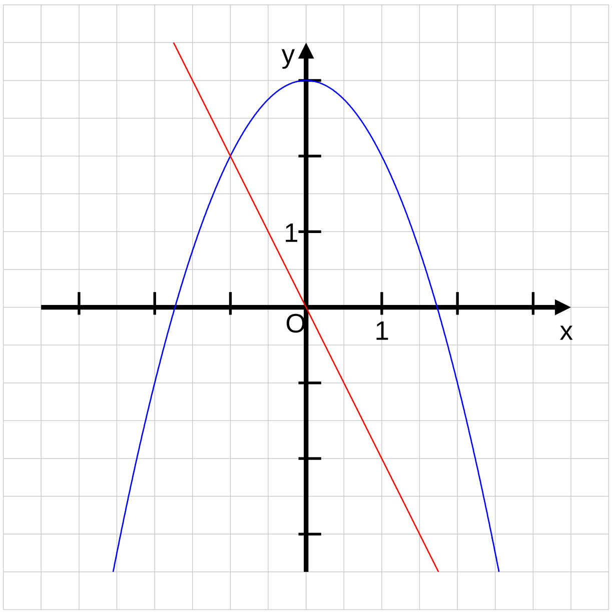
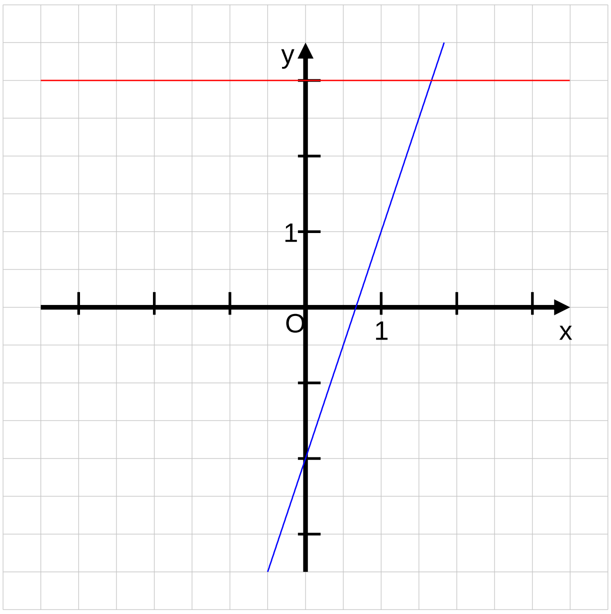
Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**1.1**

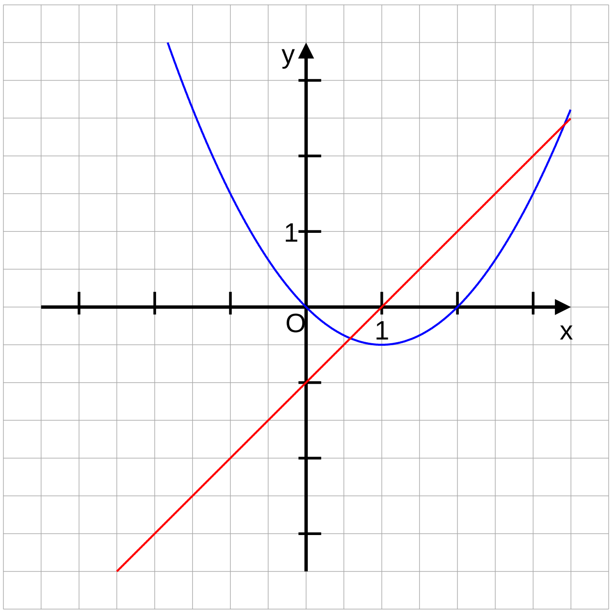
Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion bei gegebenem Funktionsgraphen:

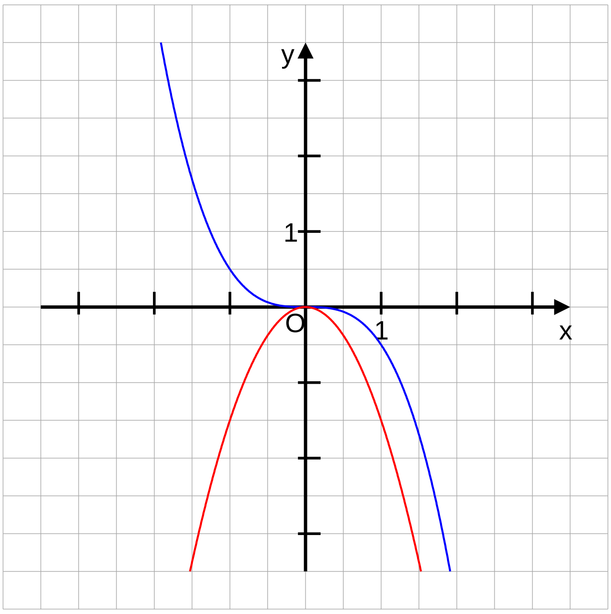




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**1.2**

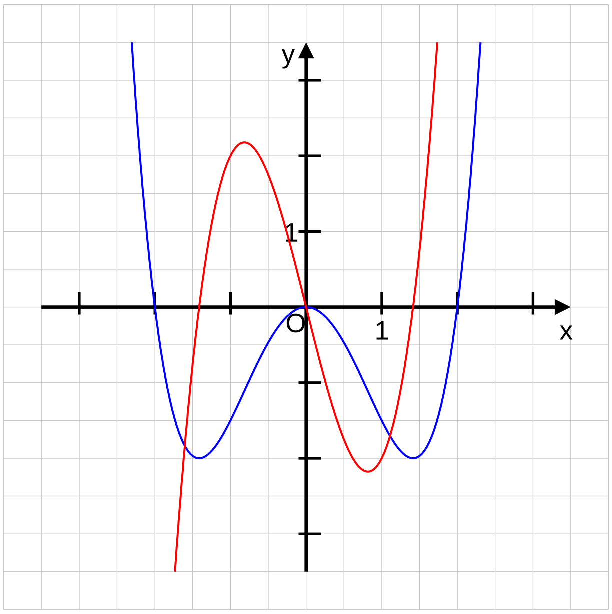
Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion bei gegebenem Funktionsgraphen:

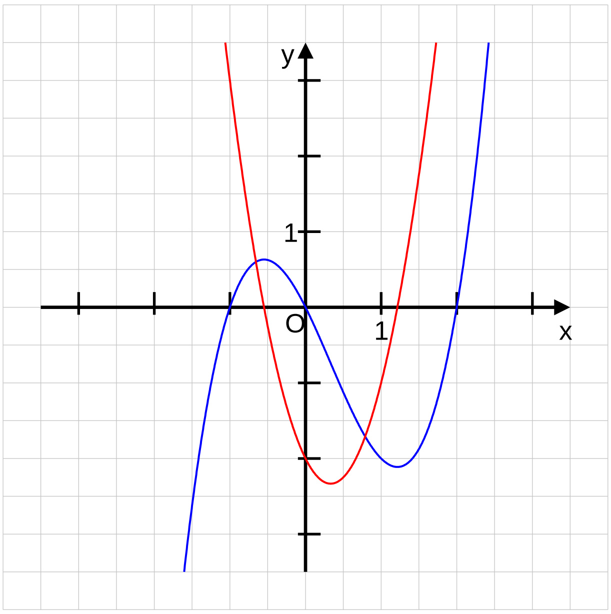




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**1.3**

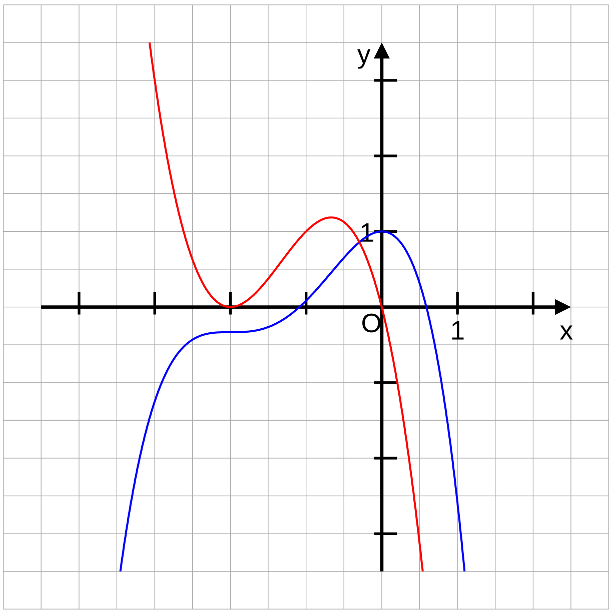
<u>Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion bei gegebenem Funktionsgraphen:</u>

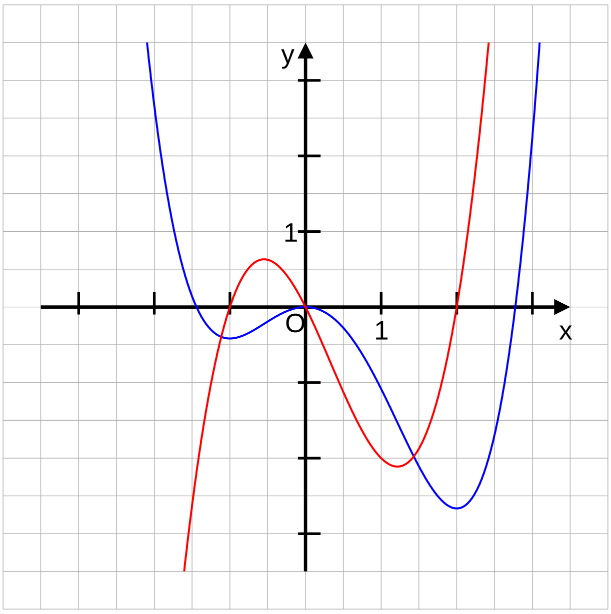




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☻	**1.4**

Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion bei gegebenem Funktionsgraphen:





Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**2.1**

<u>Berechne die Ableitung:</u>

1) $f(x) = -5x$ → $f'(x) = \underline{\underline{-5}}$

2) $g(x) = 2bx^3$ → $g'(x) = 3 \cdot 2bx^2 = \underline{\underline{6bx^2}}$

3) $h(x) = 3 - x$ → $h'(x) = \underline{\underline{-1}}$

4) $k(x) = 2\sin x$ → $k'(x) = \underline{\underline{2\cos x}}$

5) $l(x) = x^4 + 2ax$ → $l'(x) = \underline{\underline{4x^3 + 2a}}$

6) $m(x) = -x^2 + \frac{1}{x}$ → $m'(x) = \underline{\underline{-2x - \frac{1}{x^2}}}$

7) $n(x) = 3x^6$ → $n'(x) = 3 \cdot 6x^5 = \underline{\underline{18x^5}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**2.2**

Berechne die Ableitung:

1) $f(x) = -3x^2 + 7tx$ → $f'(x) = \underline{\underline{-6x + 7t}}$

2) $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 25 - 3\cos x$ → $g'(x) = x^2 - 3 \cdot (-\sin x) = \underline{\underline{x^2 + 3\sin x}}$

3) $h(x) = 5x - 0{,}25x^2$ → $h'(x) = \underline{\underline{5 - 0{,}5x}}$

4) $k(x) = 2\sqrt{x} - 5x^4$ → $k'(x) = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{x}} - 20x^3}}$

5) $l(x) = 3x - \frac{s}{2}x^2$ → $l'(x) = \underline{\underline{3 - sx}}$

6) $m(x) = 4x^3 - 15x - 5\sin x$ → $m'(x) = \underline{\underline{12x^2 - 15 - 5\cos x}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**2.3**

Berechne die Ableitung:

1) $f(x)=\frac{k}{4}x^4-\frac{k}{2}\cos x+0{,}25kx^6$ → $f'(x)=\underline{\underline{kx^3+\frac{k}{2}\sin x+1{,}5kx^5}}$

2) $g(x)=\frac{2}{3}x^6-2\sqrt{x}-2\sin x$ → $g'(x)=\underline{\underline{4x^5-\frac{1}{\sqrt{x}}-2\cos x}}$

3) $h(x)=\frac{2}{5}x^2-\frac{1}{3}\sqrt{x}+\frac{\cos x}{2}$ → $h'(x)=\underline{\underline{\frac{4}{5}x-\frac{1}{6\sqrt{x}}-\frac{\sin x}{2}}}$

4) $k(x)=1-2x+3x^2-\frac{x^4}{4}$ → $k'(x)=\underline{\underline{-2+6x-x^3}}$

5) $l(x)=5x-2\sin x+x^2-4x+3\sin x-x$ → $l'(x)=\underline{\underline{\cos x+2x}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**3.1**

Berechne die Punkte des Graphen der Funktion mit waagerechter Tangente:

1) $f(x) = x^2 - 3x$, d.h. $f'(x) = 2x - 3$

waagerechte Tangente bedeutet $f'(x) = 0$

also: $2x - 3 = 0$; $2x = 3$; $x = 1{,}5$

Punkt der Funktion: $x = 1{,}5$ einsetzen, also $f(1{,}5) = 1{,}5^2 - 3 \cdot 1{,}5 = -2{,}25$ → $\underline{\underline{P(1{,}5 \mid -2{,}25)}}$

2) $g(x) = 3x - 5$, d.h. $g'(x) = 3$

waagerechte Tangente bedeutet $g'(x) = 0$

also: $3 = 0$; geht nicht, d.h. keine Punkte mit waagerechter Tangente.

Logisch, da es sich um eine lineare Funktion mit konstanter Steigung $m = 3$ handelt!!

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**3.2**

Berechne die Punkte des Graphen der Funktion mit waagerechter Tangente:

1) $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$, d.h. $f'(x) = 4x - 4$

waagerechte Tangente bedeutet $f'(x) = 0$, also: $4x - 4 = 0 \rightarrow x = 1$

gesuchter Punkt: $x = 1$ in $f(x)$ einsetzen, also $f(1) = 2 - 4 + 5 = 3 \rightarrow \underline{\underline{P(1 | 3)}}$

2) $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 2$, d.h. $g'(x) = x^2 - 6x + 5$

waagerechte Tangente bedeutet $g'(x) = 0$, also $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x_1 = 1$; $x_2 = 5$

gesuchte Pkte: $x_1 = 1$ in $g(x)$ einsetzen: $g(1) = \frac{1}{3} - 3 + 5 - 2 = \frac{1}{3} \rightarrow \underline{\underline{P(1 | \frac{1}{3})}}$

$x_2 = 5$ in $g(x)$ einsetzen: $g(5) = \frac{125}{3} - 75 + 25 - 2 = -10\frac{1}{3} \rightarrow \underline{\underline{P(5 | -10\frac{1}{3})}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**3.3**

Berechne die Punkte des Graphen der Funktion mit waagerechter Tangente:

1) $f(x)=-x^3+4{,}5x^2+30x-15$, d.h. $f'(x)=-3x^2+9x+30$

waagerechte Tangente bedeutet $f'(x)=0$, also: $x^2-3x-10=0$ → $x_1=-2$; $x_2=5$

$f(-2)=8+18-60-15$ → $\underline{\underline{P(-2\,|\,-49)}}$; $f(5)=-125+112{,}5+150-15$ → $\underline{\underline{Q(5\,|\,122{,}5)}}$

2) $g(x)=x^4-\frac{4}{3}x^3-4x^2-5$, d.h. $g'(x)=4x^3-4x^2-8x$

$g'(x)=0$, also $x^3-x^2-2x=0$ → $x_1=0$; also $x^2-x-2=0$ → $x_2=-1$; $x_3=2$

$g(0)=-5$ → $\underline{\underline{P(0\,|\,-5)}}$

$g(-1)=1+\frac{4}{3}-4-5=-6\frac{2}{3}$ → $\underline{\underline{Q(-1\,|\,-6\frac{2}{3})}}$

$g(2)=16-\frac{32}{3}-16-5=-15\frac{2}{3}$ → $\underline{\underline{R(2\,|\,-15\frac{2}{3})}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☻	**3.4**

<u>Berechne die Punkte des Graphen der Funktion mit waagerechter Tangente:</u>

1) $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+5$, d.h. $f'(x)=x^3+2x^2-x-2$

$f'(x)=0$, also $x^3+2x^2-x-2=0$, durch probieren: $x_1=1$

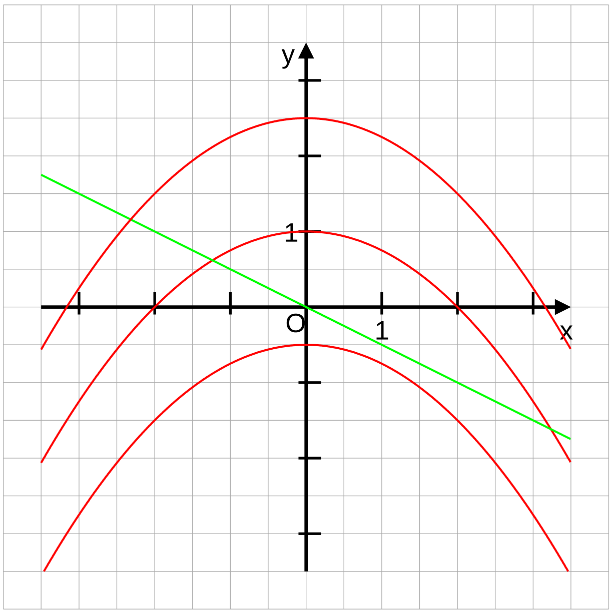
$$
\begin{array}{l}
(x^3+2x^2-x-2):(x-1)=x^2+3x+2 \\
\underline{-(x^3-\;x^2)} \\
\qquad 3x^2-\;x \\
\quad \underline{-(3x^2-3x)} \\
\qquad\qquad 2x-2
\end{array}
$$

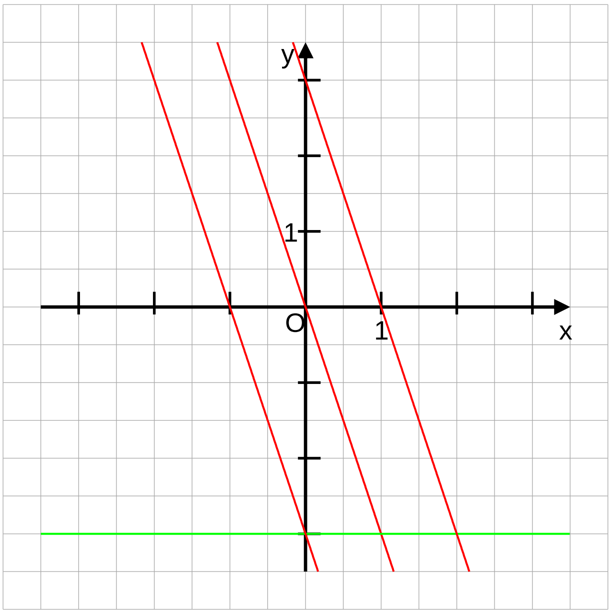
$x^2+3x+2=0 \;\rightarrow\; x_2=-1\;;\; x_3=-2$

$f(1)=3\frac{5}{12} \rightarrow \underline{\underline{P\left(1\,|\,3\frac{5}{12}\right)}}$; $f(-1)=6\frac{1}{12} \rightarrow \underline{\underline{Q\left(-1\,|\,6\frac{1}{12}\right)}}$ $f(-2)=5\frac{2}{3} \rightarrow \underline{\underline{R\left(-2\,|\,5\frac{2}{3}\right)}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**4.1**

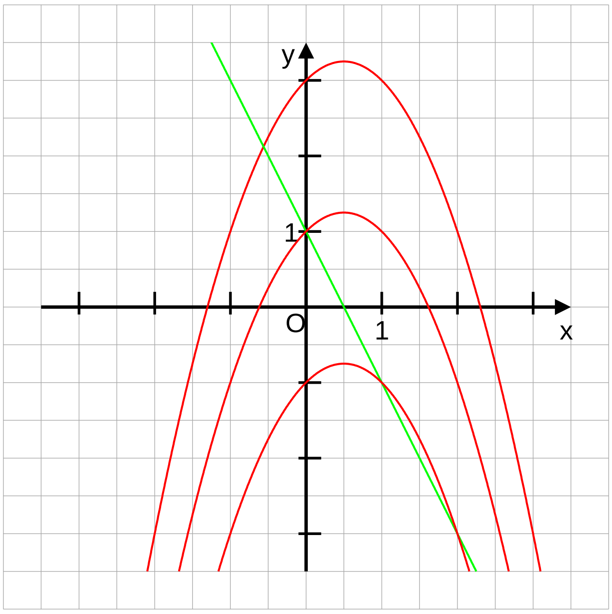
<u>Skizziere den Verlauf des Graphen der Funktion bei gegebenem Graphen der Ableitung:</u>

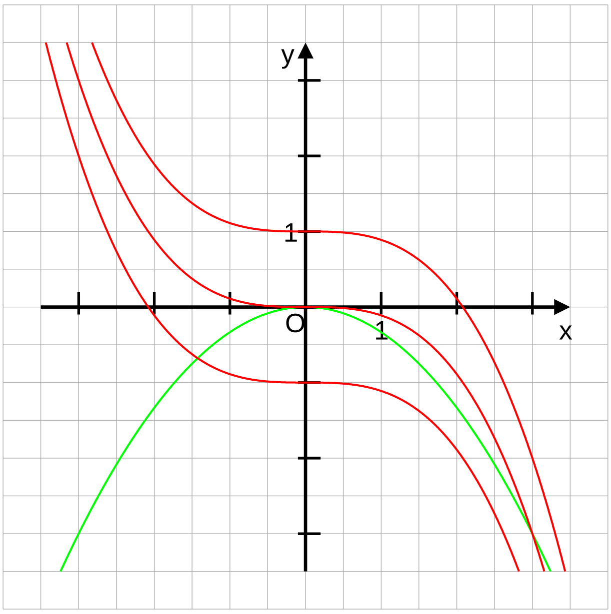




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**4.2**

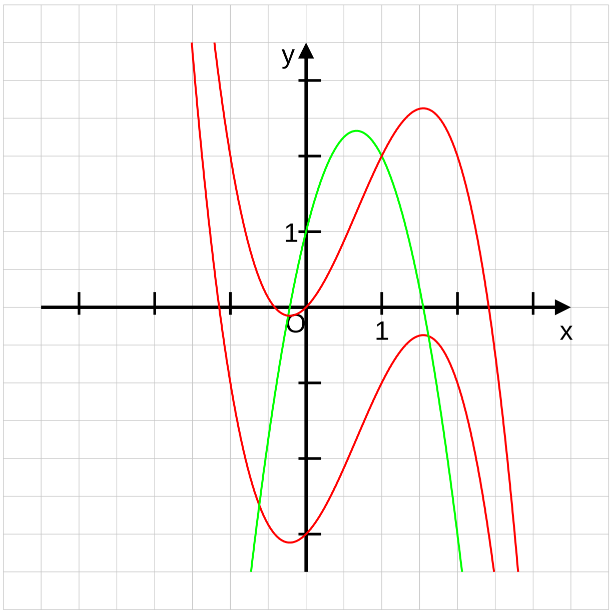
Skizziere den Verlauf des Graphen der Funktion bei gegebenem Graphen der Ableitung:

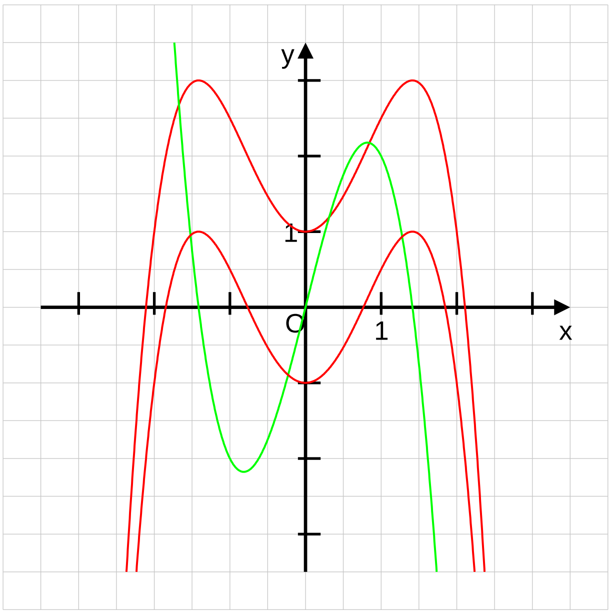




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**4.3**

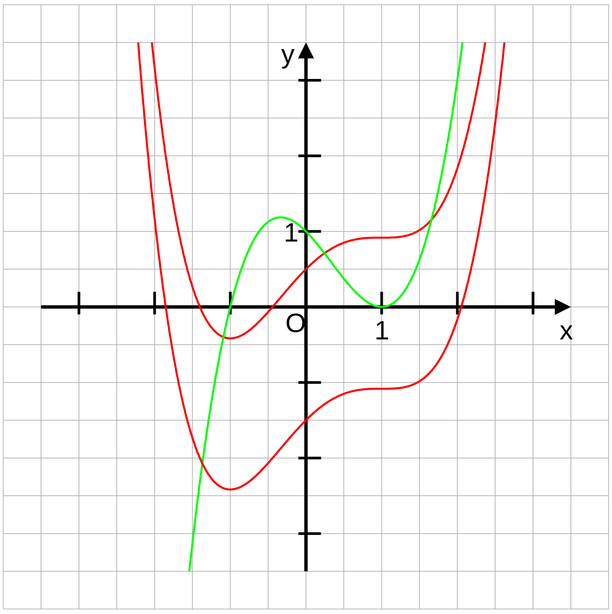
Skizziere den Verlauf des Graphen der Funktion bei gegebenem Graphen der Ableitung:

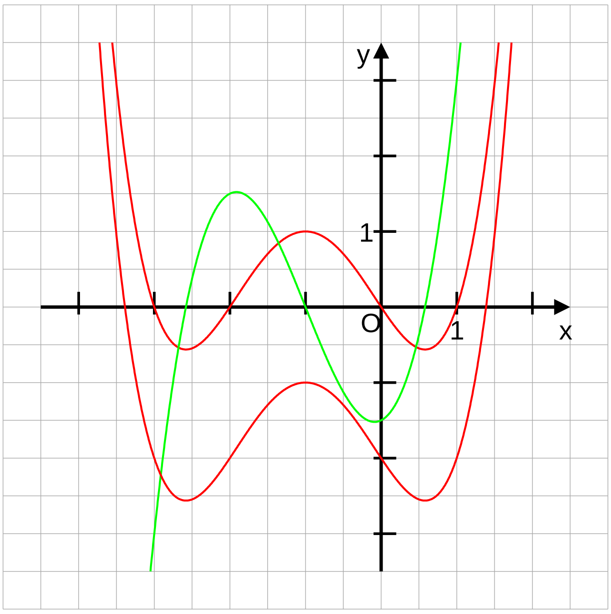




Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☻	**4.4**

<u>Skizziere den Verlauf des Graphen der Funktion bei gegebenem Graphen der Ableitung:</u>





Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**5.1**

Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion durch $P \in G_f$:

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$; Tangente im Punkt $P(-1|\,?)$

P in *f* einsetzen: $P(-1|-1{,}5)$

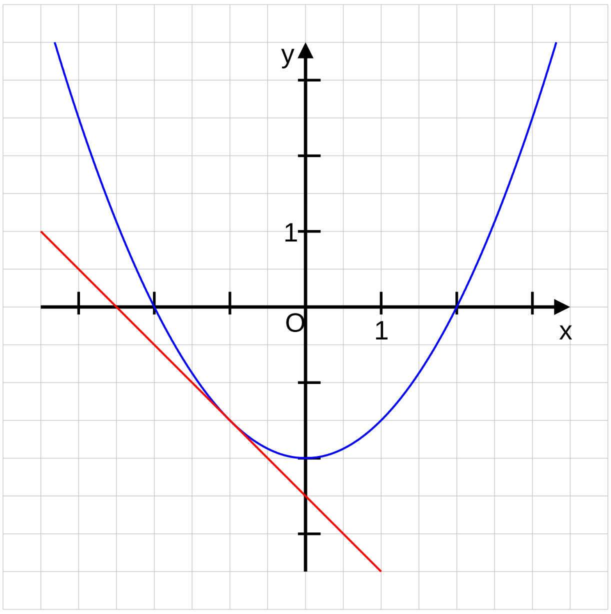
$f'(x) = x$, also $f'(-1) = -1$, d.h. $m = -1$

m, P in $y = mx + t$ einsetzen:

$$-1{,}5 = (-1)\cdot(-1) + t$$
$$-1{,}5 = 1 + t$$
$$t = -2{,}5$$

also $\underline{\underline{y_T = -x - 2{,}5}}$

oder mit: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.



Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**5.2**

Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion durch $P \in G_f$:

$f(x) = -x^3 + 1{,}5x - 1$;

Tangente im Punkt $P(1\,|\,?)$: P in *f* einsetzen:

→ $P(1\,|\,-0{,}5)$

$f'(x) = -3x^2 + 1{,}5$, also $f'(1) = -1{,}5 = m$

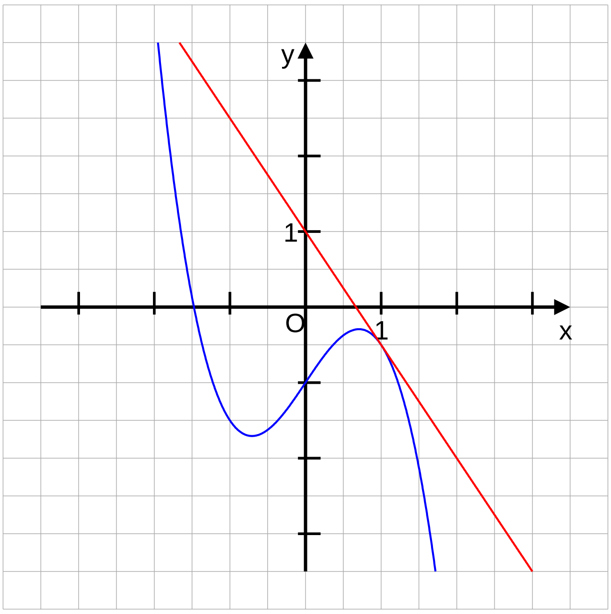
m, P in $y = mx + t$ einsetzen:

$-0{,}5 = (-1{,}5)\cdot 1 + t$

$-0{,}5 = -1{,}5 + t$ also $\underline{\underline{y_T = -1{,}5x + 1}}$

$t = 1$

oder mit: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.



Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**5.3**

Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion durch $P \in G_f$:

$f(x) = x^3 + ax + 2$;

Tangente im Punkt $P(0\,|\,?)$, also bei $P(0\,|\,2)$

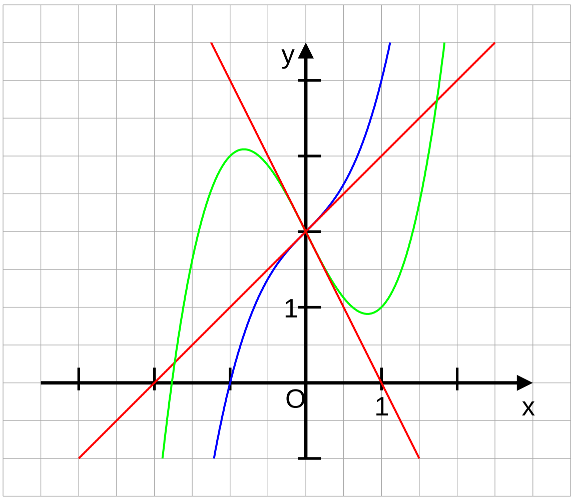
$f'(x) = 3x^2 + a$, also $f'(0) = a = m$

m, P in $y = mx + t$ einsetzen:

$2 = a \cdot 0 + t$

$t = 2$ also $\underline{\underline{y_T = ax + 2}}$

oder mit: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.



Beispiel: Graph der Funktion und zugehörige Tangente für ***a* = -2** und ***a* = 1**

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**6.1**

Produktregel/Quotientenregel + faktorisieren:

1) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$ → $f'(x) = 2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x = \underline{\underline{x \cdot (2\sin x + x\cos x)}}$

2) $g(x) = \dfrac{\sin x}{3px}$ → $g'(x) = \dfrac{3px \cdot \cos x - \sin x \cdot 3p}{9p^2x^2} = \underline{\underline{\dfrac{x\cos x - \sin x}{3px^2}}}$

3) $h(x) = (x-5)\cdot(3-x)$ → $h'(x) = 1\cdot(3-x) + (x-5)\cdot(-1) = 3 - x - x + 5 = \underline{\underline{8 - 2x}}$

6) $k*(x) = \dfrac{2x^4}{x^2} = 2x^2$ → $k'(x) = \underline{\underline{4x}}$ für $D = R \setminus \{0\}$

4) $l(x) = \cos x \cdot 3x$ → $l'(x) = -\sin x \cdot 3x + \cos x \cdot 3 = \underline{\underline{3\cdot(\cos x - x\sin x)}}$

5) $m(x) = \dfrac{x+1}{x}$ → $m'(x) = \dfrac{x\cdot 1 - (x+1)\cdot 1}{x^2} = \dfrac{x - x - 1}{x^2} = \underline{\underline{-\dfrac{1}{x^2}}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**6.2**

Produktregel/Quotientenregel + faktorisieren:

1) $f'(x) = -2\cdot(3x+2)+(5-2x)\cdot 3 = -6x-4+15-6x = \underline{\underline{11-12x}}$

2) $g'(x) = \frac{x\cdot 2x-(x^2+1)}{x^2} = \frac{2x^2-x^2-1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2} = \underline{\underline{\frac{(x+1)(x-1)}{x^2}}}$

3) $h'(x) = \cos x\cdot\cos x+\sin x\cdot(-\sin x) = \underline{\underline{\cos^2 x-\sin^2 x}}$

4) $k(x) = x^{-5}$ → $k'(x) = -5x^{-6} = \underline{\underline{-\frac{5}{x^6}}}$

5) $l(x) = 1-c^2x^4$ → $l'(x) = \underline{\underline{-4c^2x^3}}$

6) $m'(x) = -\frac{1}{x^2}\cdot\sin x+\frac{1}{x}\cdot\cos x = \underline{\underline{\frac{1}{x}\cdot\left(\cos x-\frac{1}{x}\cdot\sin x\right)}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**6.3**

Produktregel/Quotientenregel + faktorisieren:

1) $f'(x)=\cos x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-\sin x\cdot\sqrt{x}=\underline{\underline{\sqrt{x}\cdot\left(\frac{\cos x}{2x}-\sin x\right)}}$

2) $g'(x)=\frac{(sx+1)\cdot 2x-x^2\cdot s}{(sx+1)^2}=\frac{2sx^2+2x-sx^2}{(sx+1)^2}=\frac{sx^2+2x}{(sx+1)^2}=\underline{\underline{\frac{x(sx+2)}{(sx+1)^2}}}$

3) $h'(x)=\left(x^2-2x+1\right)\cdot 1+(2x-2)\cdot(x-1)=(x-1)^2+2(x-1)\cdot(x-1)=\underline{\underline{3(x-1)^2}}$

4) $k'(x)=\frac{\sqrt{x}\cdot\cos x-\sin x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{\frac{2x\cos x}{2\sqrt{x}}-\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}}{x}=\underline{\underline{\frac{2x\cos x-\sin x}{2x\sqrt{x}}}}$

5) $l*(x)=\cos x\cdot\frac{\sin x}{\cos x}=\sin x \quad\rightarrow\quad l'(x)=\underline{\underline{\cos x}}$ für $D_{l*'}=D_{l'}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**6.4**

Produktregel/Quotientenregel + faktorisieren:

1) $f'(x) = x^{-5} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + (-5) \cdot x^{-6} \cdot \tan x = \underline{x^{-6} \cdot \left(\frac{x}{\cos^2 x} - 5x \cdot \tan x\right)}$

2) $g'(x) = \frac{(x-1)\cdot(3x^2-2x+1)-1\cdot(x^3-x^2+x)}{(x-1)^2} =$

$= \frac{3x^3-2x^2+x-3x^2+2x-1-x^3+x^2-x}{(x-1)^2} = \underline{\frac{2x^3-4x^2+2x-1}{(x-1)^2}}$

3) $h(x) = 3x^3(1-x) \cdot (x^2-4) = (3x^3-3x^4) \cdot (x^2-4) = 3x^5 - 3x^6 - 12x^3 + 12x^4$

$= -18x^5 + 15x^4 + 48x^3 - 36x^2 = \underline{x^2 \cdot (-18x^3 + 15x^2 + 48x - 36)}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**7.1**

Kettenregel:

1) $f(x)=\sin\left(\frac{1}{3}x^3\right)$ → $f'(x)=\cos\left(\frac{1}{3}x^3\right)\cdot x^2 = \underline{\underline{x^2\cos\left(\frac{1}{3}x^3\right)}}$

2) $g(x)=\left(x^{-2}\right)^5 = x^{-10}$ → $g'(x)= \underline{\underline{-10x^{-11}}}$

3) $h(x)=\cos 2x$ → $h'(x)=-\sin 2x\cdot 2 = \underline{\underline{-2\sin 2x}}$

4) $k(x)=\left(1-sx^2\right)^3$ → $k'(x) = 3\cdot(1-sx^2)^2\cdot(-2sx) = \underline{-6sx\cdot(1-sx^2)^2}$

5) $l(x)=\sqrt{2kx}$ → $l'(x)=\frac{1}{2\sqrt{2kx}}\cdot 2k = \underline{\underline{\frac{k}{\sqrt{2kx}}}}$

6) $m(x)=\sin^2 x$ → $m'(x)= \underline{\underline{2\sin x\cdot\cos x}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**7.2**

<u>Kettenregel:</u>

1) $f'(x) = -\cos\left(-\tfrac{2}{3}rx^3\right)\cdot\left(-2rx^2\right) = \underline{\underline{2rx^2\cos\left(-\tfrac{2}{3}rx^3\right)}}$

2) $g(x) = \left(4-x^2\right)^{-1} \rightarrow g'(x) = -\left(4-x^2\right)^{-2}\cdot(-2x) = \underline{\underline{2x\left(4-x^2\right)^{-2}}} = \underline{\underline{\dfrac{2x}{\left(4-x^2\right)^2}}}$

3) $h'(x) = \dfrac{1}{\left[\cos\left(2x^2\right)\right]^2}\cdot 4x = \underline{\underline{\dfrac{4x}{\cos^2\left(2x^2\right)}}}$

4) $k'(x) = 2\left(x^2-4x+4\right)\cdot(2x-4) = 2(x-2)^2\cdot 2(x-2) = \underline{\underline{4(x-2)^3}}$

5) $l(x) = x^2 \rightarrow l'(x) = \underline{\underline{2x}}$

6) $m'(x) = -3\sin\left(-\tfrac{1}{3}x\right)\cdot\left(-\tfrac{1}{3}\right) = \underline{\underline{\sin\left(-\tfrac{1}{3}x\right)}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**7.3**

Kettenregel:

1) $f'(x) = -\sin\left(4 - px^2\right) \cdot \left(-2px\right) = \underline{\underline{2px\sin\left(4 - px^2\right)}}$

2) $g'(x) = 6x - 2 \cdot (3x - 3) \cdot 3 = 6x - 6 \cdot (3x - 3) = 6x - 18x + 18 = \underline{\underline{18 - 12x}}$

3) $h'(x) = -\frac{1}{3} \cdot \cos\left(x^{-3}\right) \cdot \left(-3x^{-4}\right) = \underline{\underline{x^{-4} \cdot \cos\left(x^{-3}\right)}}$

4) $k'(x) = 3 \cdot \left(3x^4 - x^2 - 4\right)^2 \cdot \left(12x^3 - 2x\right) = \underline{\underline{6x\left(3x^4 - x^2 - 4\right)^2\left(6x^2 - 1\right)}}$

5) $l'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\cos x}} \cdot (-2\sin x) = \underline{\underline{-\frac{\sin x}{\sqrt{2\cos x}}}}$

6) $m'(x) = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{6}{x}\right)} \cdot \left(-\frac{6}{x^2}\right) = \underline{\underline{-\frac{6}{x^2\cos^2\left(\frac{6}{x}\right)}}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☻	**7.4**

Kettenregel:

1) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\cos ax^2}} \cdot \left(-\sin ax^2\right) \cdot (2ax) = \underline{\underline{\frac{-ax\sin ax^2}{\sqrt{\cos ax^2}}}}$

2) $g'(x) = -\cos^{-2}(5x^2) \cdot (-\sin(5x^2)) \cdot 10x = \underline{\frac{(10x \cdot \sin(5x^2))}{\cos^2(5x^2)}}$

3) $h'(x) = 2 + \frac{-2x}{2\sqrt{25-x^2}} = \underline{\underline{2 - \frac{x}{\sqrt{25-x^2}}}}$

4) $k'(x) = \cos\sqrt{2x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2x}} \cdot 2 = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{2x}}\cos\sqrt{2x}}}$

5) $l'(x) = \frac{1}{\cos^2(3-x)^2} \cdot 2(3-x) \cdot (-1) = \underline{\underline{\frac{2x-6}{\cos^2(3-x)^2}}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺	**8.1**

Kombination der Regeln:

1) $f'(x) = \cos 2x \cdot 2 \cdot x + \sin 2x \cdot 1 = \underline{\underline{2x\cos 2x + \sin 2x}}$

2) $g(x) = (x-1)^5 \rightarrow g'(x) = \underline{\underline{5(x-1)^4}}$

3) $h'(x) = \dfrac{x \cdot \cos 2kx \cdot 2k - \sin 2x}{x^2} = \underline{\underline{\dfrac{2kx \cdot \cos 2kx - \sin 2kx}{x^2}}}$

4) $k'(x) = 2x(x^2-4)^2 + x^2 \cdot 2(x^2-4) \cdot 2x = 2x(x^2-4) \cdot (x^2 - 4 + 2x^2) = \underline{\underline{2x(x^2-4) \cdot (3x^2-4)}}$

5) $l'(x) = \dfrac{(x^2+3)^2 \cdot 18 - 18x \cdot 2(x^2+3) \cdot 2x}{(x^2+3)^4} = \dfrac{(x^2+3) \cdot 18 - 72x^2}{(x^2+3)^3} = \underline{\underline{\dfrac{54 - 54x^2}{(x^2+3)^3}}}$

6) $m'(x) = \cos 2x^2 \cdot \cos 2x^2 \cdot 4x + (-\sin 2x^2) \cdot 4x \cdot \sin 2x^2 = \underline{\underline{4x \cdot (\cos^2 2x^2 - \sin^2 2x^2)}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺	**8.2**

Kombination der Regeln:

1) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin bx + \sqrt{x} \cdot \cos bx \cdot b = \underline{\underline{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin bx + b\sqrt{x}\cos bx}}$

2) $g'(x) = \frac{x \cdot 2(1-x^2) \cdot (-2x) - (1-x^2)^2}{x^2} = \frac{(1-x^2) \cdot \left[-4x^2 - (1-x^2)\right]}{x^2} = \underline{\underline{\frac{(1-x^2) \cdot (-3x^2-1)}{x^2}}}$

3) $h'(x) = \cos x \cdot 2 \cdot (a-x) \cdot (-1) - \sin x \cdot (a-x)^2 = \underline{\underline{(a-x) \cdot \left[-2\cos x - \sin x(a-x)\right]}}$

4) $k'(x) = \frac{\cos 2x \cdot 2x - x^2 \cdot (-\sin 2x) \cdot 2}{\cos^2 2x} = \underline{\underline{\frac{2x \cdot (\cos 2x + x \sin 2x)}{\cos^2 2x}}}$

5) $l'(x) = 2x \cdot 5(3x-2)^4 \cdot 3 + 2(3x-2)^5 = 30x(3x-2)^4 + 2(3x-2)^{4+1} = \underline{\underline{(3x-2)^4 \cdot (36x-4)}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☺	**8.3**

Kombination der Regeln:

1) $f'(x) = 2(2ax+2)\cdot 2a\cos x + (2ax+2)^2(-\sin x) = \underline{\underline{(2ax+2)\cdot[4a\cos x - (2ax+2)\sin x]}}$

2) $g'(x) = 2\cdot\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\cdot\frac{(1-x)\cdot 1-(1+x)\cdot(-1)}{(1-x)^2} = \frac{2(1+x)}{(1-x)}\cdot\frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} = \underline{\underline{\frac{4(1+x)}{(1-x)^3}}}$

3) $h'(x) = -\sin(x^2-4)\cdot 2x\cdot x^2 + \cos(x^2-4)\cdot 2x - \cos(x^2-4)\cdot 2x = \underline{\underline{-2x^3\cdot\sin(x^2-4)}}$

4) $k'(x) = 10x\cos\tfrac{1}{5}x + 5x^2\left(-\sin\tfrac{1}{5}x\right)\tfrac{1}{5} = 10x\cos\tfrac{1}{5}x - x^2\sin\tfrac{1}{5}x = \underline{\underline{x\left(10\cos\tfrac{1}{5}x - x\sin\tfrac{1}{5}x\right)}}$

5) $l'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x}}\cdot x^2 + \sqrt{2x}\cdot 2x = \frac{\sqrt{2x}}{2x}\cdot x^2 + \sqrt{2x}\cdot 2x = \sqrt{2x}\,\frac{x}{2} + \sqrt{2x}\cdot 2x = \underline{\underline{2{,}5x\sqrt{2x}}}$

Klasse	Arbeitskarten Oppelt, Thema	Art	Schwierigkeit	Nummer
11	**Ableitung von Funktionen**	**Lösung**	☺ ☺ ☻	**8.4**

Kombination der Regeln:

1) $f'(x) = 2(4-ax^2)(-2ax)\cdot\cos ax + (4-ax^2)^2\cdot(-\sin ax)a =$
$= \underline{\underline{-a(4-ax^2)\cdot\left[4x\cos ax + (4-ax^2)\sin ax\right]}}$

2) $g(x) = (3+x)\cdot(3-x)^3 \;\rightarrow$

$g'(x) = (3+x)\cdot 3(3-x)^2(-1) + 1\cdot(3-x)^3 = (3-x)^2\cdot(-9-3x+3-x) = \underline{\underline{(3-x)^2\cdot(-6-4x)}}$

3) $h'(x) = \dfrac{\sin ax}{ax^2} = \dfrac{ax^2\cos ax\cdot a - \sin ax\cdot 2ax}{a^2x^4} = \underline{\underline{\dfrac{ax\cos ax - 2\sin ax}{ax^3}}}$

4) $k'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{\sqrt{1-x^2} - x\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}\cdot(-2x)}{1-x^2} = \dfrac{\frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{(1-x^2)^2}}}$