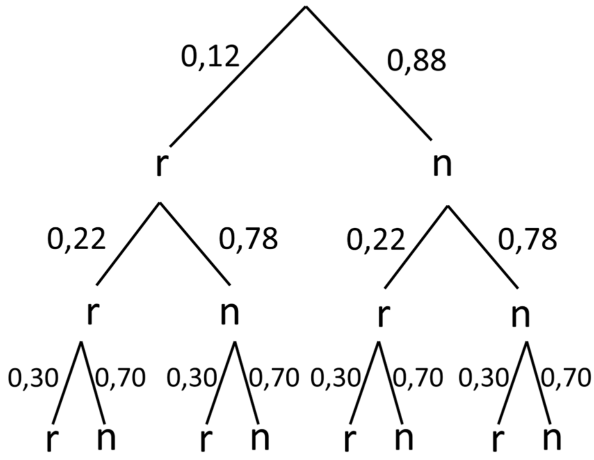
Mehrstufige Zufallsexperimente – Die Pfadregeln

Lösungen

Aufgabe 1



a) $|\Omega| = 8$
b) $P(nnn) = 0{,}88 \cdot 0{,}78 \cdot 0{,}70 \approx 0{,}48$
$= 48\ \%$
c) $E_c = \{nnn; rnn; nrn; nnr\}$
$P(E_c) = P(nnn) + P(rnn) + P(nrn) + P(nnr)$
$0{,}88744 \approx 88{,}7\ \%$
d) E_d: „Es regnet mindestens an 2 Tagen.“
$P(E_d) = 1 - P(E_c) = 11{,}3\%$

Aufgabe 2

a) $P(A) = 0{,}86^{10} \approx 0{,}221 = 22{,}1\%$

$P(B) = 0{,}14^{10} \approx 0{,}000 = 0{,}0\%$

$P(C) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}86^{10} \approx 0{,}779 = 77{,}9\%$

$P(D) = 0{,}14 \cdot 0{,}86^{9} \cdot 10 \approx 0{,}360 = 36{,}0\%$

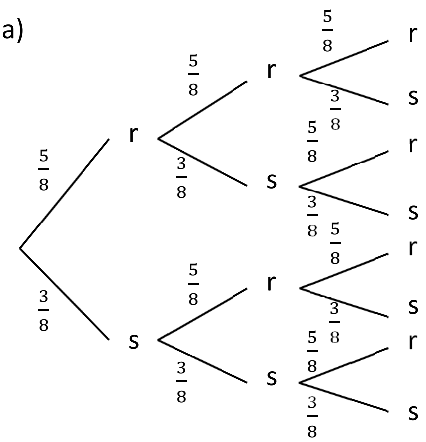
$P(E) = P(A) + P(D) = 0{,}86^{10} + 0{,}14 \cdot 0{,}86^{9} \cdot 10 \approx 0{,}581 = 58{,}1\%$

b) $P(A^*) = x^{10} = 0{,}30 \Rightarrow x = \sqrt[10]{0{,}30} \approx 0{,}887$

Die Herstellerangaben können also korrigiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Einnahme des Medikaments Nebenwirkungen auftreten liegen bei 11,3 %.

Aufgabe 3

a)



b) $P(A) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{56}$ $(\approx 19{,}6\%)$

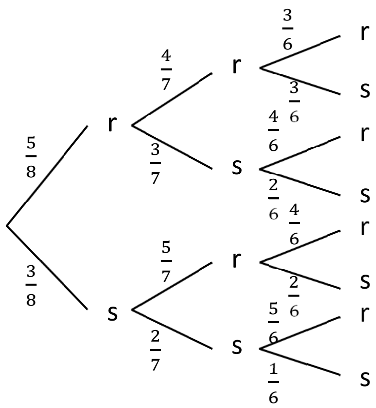
$P(B) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{15}{28}$

$(\approx 53{,}6\%)$

$P(C) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{15}{56}$ $(\approx 26{,}8\%)$

Aufgabe 4

a)



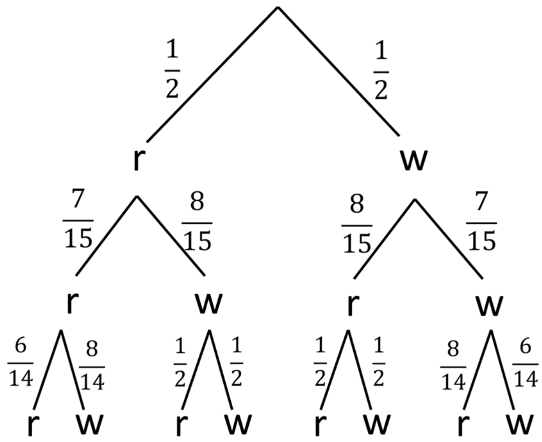
b) $P(A) = \left(\frac{5}{8}\right)^3 + \left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{19}{64} \quad (\approx 29{,}7\%)$

$P(B) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}$

$= \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot 3 = \frac{225}{512} \quad (\approx 43{,}9\%)$

$P(C) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64} \quad (\approx 23{,}4\%)$

Aufgabe 5



a) $E_1 = \{rrr\}$
$E_2 = \{rrw, rwr, wrr\}$
$E_3 = \{rww, wrw, wwr\}$
$E_4 = \{www\}$

$P(E_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} = 10\ \%$

$P(E_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{14} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2} = 40\ \%$

$P(E_3) = P(E_2)$ und $P(E_4) = P(E_1)$

(Symmetrie im Baumdiagramm)

b) $P(\text{nie weiß}) = P(E_1)^5 = \left(\frac{1}{10}\right)^5 = 1 \cdot 10^{-5}$

c) Zu Beginn: x rote und $16 - x$ weiße Kugeln

$$P(E_1) = \frac{x}{16} \cdot \frac{x-1}{15} \cdot \frac{x-2}{14}$$

Die Wahrscheinlichkeit soll größer sein als 10 %:

$$P(E_1)^5 > 0{,}1$$

$$\Rightarrow P(E_1) > \sqrt[5]{0{,}1} \approx 0{,}63$$

Insgesamt folgt also:

$$P(E_1) > 0{,}63$$

$$\frac{x}{16} \cdot \frac{x-1}{15} \cdot \frac{x-2}{14} > 0{,}63$$

$$x \cdot (x-1) \cdot (x-2) > 0{,}63 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14$$

$$x \cdot (x-1) \cdot (x-2) > 2116{,}8$$

Durch Probieren:

$x = 13$: $\quad 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716 < 2116{,}8$

$x = 14$: $\quad 14 \cdot 13 \cdot 12 = 2184 > 2116{,}8$

Es müssen also mindesten 14 rote Kugeln zu Beginn des Experiments in der Urne sein.