Lösungen - Volumen und Oberflächeninhalt der Kugel

1. $U_{Kreis} = 2\pi r$, $A_{Kreis} = \pi r^2$, $O_{Kugel} = 4\pi r^2$, $V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$
2.

	r	O	V
a)	6370 km	$5{,}099 \cdot 10^8 km^2$	$1{,}08 \cdot 10^{12} km^3$
b)	$5{,}7dm$	$410\ dm^2$	$2340dm^3$
c)	$1{,}71\ dm$	$35{,}9\ dm^2$	$84\ Liter$
d)	2c	$16\ \pi\ c^2$	$\frac{32}{3}\pi c^3$

a) $O = 4\pi(6370km)^2 \approx 5{,}099 \cdot 10^8 km^2, V = \frac{4}{3}\pi(6370km)^3 \approx 1{,}08 \cdot 10^{12} km^3$

b) $O = 4\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{O}{4\pi}} \Rightarrow r \approx 5{,}7dm$, $V = 4\pi r^3 = 4\pi\left(\frac{O}{4\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 2340dm^3$

c) $r = \sqrt[3]{\frac{3\ V}{4\ \pi}} \approx 1{,}71dm$, O: siehe oben

d) $r = \sqrt{\frac{O}{4\pi}}$ (siehe b)) $\Rightarrow$ $r = \sqrt{\frac{16\pi c^2}{4\pi}} = 2c$, V: siehe oben

3.

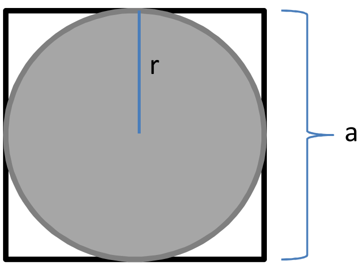
a) Angestrichen wird die Oberfläche. O hängt von r^2 ab (siehe 1)), ver-2-facht man r, so ver-(2^2)-facht sich O, also ver-4-fachen sich die Kosten.

b) Entscheidend ist die Äquatorlänge, diese entspricht dem Umfang eines Kreises mit Radius r. U ist proportional zu r (siehe 1)). Drittelt man r, so drittelt sich auch U also auch die Bahnstreckenlänge.

c) Das Volumen hängt von r^3 ab. Ver-10-facht man r, so ver-$(10)^3$-facht also ver-1000-facht sich V und damit auch die Schokoladenmenge.

d) A hängt von r^2 ab. Damit hängt umgekehrt r von $\sqrt{A}$ ab (Forme die Gleichung für A_{Kreis} nach r um.) Ver-4-facht man A, so ver-$\sqrt{4}$-facht, also ver-2-facht sich r.

4.



a) Es genügt eine zweidimensionale Skizze.

$$\rightarrow \quad r = \frac{1}{2}a$$

b) $V_{Würfel} = (2r)^3 = (20cm)^3 = 8\,000\ cm^3$,

$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 4188\ cm^3$,

$Anteil: \frac{V_{Kugel}}{V_{Würfel}} = \frac{4\,188\ cm^3}{8\,000\ cm^3} \approx 0{,}52 = 52\%$

c) Allgemein: $\frac{V_{Kugel}}{V_{Würfel}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{8r^3} = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}52$

5.

a) Nähere die beiden Hände als Halbkugel an, Radius ca. 5cm (z.B. durch Messen). Schätze den Radius einer ebenfalls als Kugel angenommenen Kirsche als 1cm ab. Anzahl der Kirschen: n. $n \approx \frac{V_{Hände}}{V_{Kirsche}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\ (5cm)^3}{\frac{4}{3}\pi\ (1cm)^3} = 62{,}5$. Es passen ca. 60 Kirschen in die beiden Hände. (Diese Anzahl scheint eher unrealistisch groß.)

b) Zwischen den Kirschen besteht ein Leerraum. Wir nähern die Lage der Kirschen als in Würfeln übereinander gestapelte Kugeln an. Dann wären nur 52% des Volumens mit Kirschen ausgefüllt (siehe Aufgabe 4c)). $\rightarrow n = 62{,}5 \cdot 0{,}52 = 32.5$. Es würden eher nur 30 Kirschen in die Hände passen. (Auch dieses Modell ist noch zu verfeinern, denn tatsächlich liegen die Kirschen nicht wie in Würfeln übereinandergestapelt, sondern die Kirschen ragen noch in die gedachten Würfel der Nachbarkirschen hinein. [Vgl. Chemie: „Dichteste Kugelpackung“ ausgefülltes Volumen $\approx 74\%$]), andere Möglichkeit: Kirschen pflücken und ausprobieren!!

6. $A_{Kopfhaut} \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\pi\,(8\,cm)^3 \approx 715\,cm^2 \;\rightarrow\; Haardichte\;\; d = \frac{80\,000}{715\,cm^2} \approx \frac{110}{cm^2}$. Auf einem cm² Kopfhaut wachsen ca. 110 Haare.