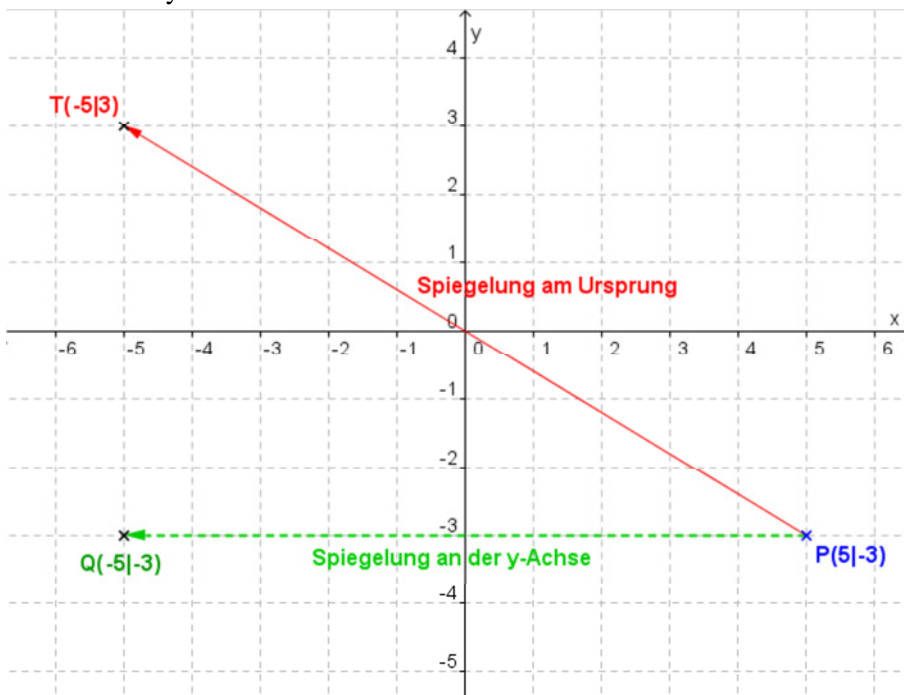


## Lösungen zur Symmetrie von Funktionsgraphen

### Aufgabe 1:

Koordinatensystem:



Spiegelt man den Punkt  $P(x|y)$  an der  $y$ -Achse, so erhält man den Punkt  $Q(-x|y)$ .

Spiegelt man den Punkt  $P(x|y)$  am Ursprung, so erhält man den Punkt  $T(-x|-y)$ .

### Aufgabe 2:

<p><b>Punktsymmetrie zum Ursprung</b></p> <p><math>f(-x) = -f(x)</math> für alle <math>x \in \mathbb{D}_f</math></p>		<p><b>Beispiel:</b> <math>k(x) = x^5 + 7x \cdot x^2 = x^5 + 7x^3</math></p> <p><math>k(-x) = (-x)^5 + 7(-x)^3 = -x^5 - 7x^3</math> <math>= -[x^5 + 7x^3] = -k(x)</math></p> <p><b>ungerade Funktion</b> Funktion, bei deren Term nur gerade Potenzen der Variablen <math>x</math> vorkommen</p>
<p><b>Symmetrie zur <math>y</math>-Achse</b></p> <p><math>-f(x) = f(x)</math> für alle <math>x \in \mathbb{D}_f</math></p>		<p><b>Beispiel:</b> <math>g(x) = 5x^4 - x^8 + 2</math></p> <p><math>g(-x) = 5(-x)^4 - (-x)^8 + 2</math> <math>= 5x^4 - x^8 + 2 = g(x)</math></p> <p><b>gerade Funktion</b> Funktion, bei deren Term nur ungerade Potenzen der Variablen <math>x</math> vorkommen</p>

**Aufgabe 3:**

a)  $f(x) = 4^x - 3$

$$\Rightarrow f(-x) = 4^{-x} - 3 \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases} \quad \text{keine Symmetrie}$$

b)  $g(x) = x + 3x^3 - 5x^5 + 9x^9$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g(-x) &= (-x) + 3(-x)^3 - 5(-x)^5 + 9(-x)^9 \\ &= -x - 3x^3 + 5x^5 - 9x^9 \\ &= -(x + 3x^3 - 5x^5 + 9x^9) = -g(x) \end{aligned}$$

Punktsymmetrie zum Ursprung

c)  $h(x) = \frac{13}{x^4-7}$

$$\Rightarrow h(-x) = \frac{13}{(-x)^4-7} = \frac{13}{x^4-7} = h(x)$$

Achsensymmetrie zur y-Achse

d)  $k(x) = \frac{x^5-8}{5x^3+49}$

$$\Rightarrow k(-x) = \frac{(-x)^5-8}{5(-x)^3+49} = \frac{-x^5-8}{-5x^3+49} \neq \begin{cases} k(x) \\ -k(x) \end{cases} \quad \text{keine Symmetrie}$$

e)  $l(x) = 4x^4 - 7x^{-3}$

$$\Rightarrow l(-x) = 4(-x)^4 - 7(-x)^{-3} = 4x^4 + 7x^{-3}$$

keine Symmetrie

f)  $m(x) = \sqrt{x^6 - 7x^2 + 3}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow m(-x) &= \sqrt{(-x)^6 - 7(-x)^2 + 3} \\ &= \sqrt{x^6 - 7x^2 + 3} = m(x) \end{aligned}$$

Achsensymmetrie zur y-Achse