

**Intervallschachtelungen, Heronverfahren, Reelle Zahlen – Lösung**

1. a) [7; 8]                      b) [3; 4]                      c) [-6; -5]                      d) [4; 5]  
     [7,4; 7,5]                      [3,3; 3,4]                      [-5,2; -5,1]                      [4,1; 4,2]  
     [7,43; 7,44]                      [3,31; 3,32]                      [-5,17; -5,16]                      [4,12; 4,13]  
     [7,434; 7,435]                      [3,316; 3,317]                      [-5,167; -5,166]                      [4,123; 4,124]

2. a) **Nein**, da die Intervalle nicht beliebig klein werden.  
 b) **Ja**, da jedes Intervall im vorher gehenden enthalten und sie beliebig klein werden.  
 c) **Ja**, da jedes Intervall im vorher gehenden enthalten und sie beliebig klein werden.  
 d) **Nein**. Zwar werden die Intervalle beliebig klein, aber nachfolgende Intervalle sind nicht vollständig in den vorhergegangenen enthalten
3. a) Zwischen **16** ( $16^2 = 256$ ) und **17** ( $17^2 = 289$ )  
 b) Zwischen **18** ( $18^2 = 324$ ) und **19** ( $19^2 = 361$ )  
 c) Zwischen **11** ( $11^2 = 121$ ) und **12** ( $12^2 = 144$ )

4. a) Sinnvoller Anfangswert:  $x_1 = 3 \rightarrow y_1 = \frac{12}{x_1} = 4$

$$x_2 = \frac{x_1 + y_1}{2} = 3,5 \rightarrow y_2 = \frac{12}{3,5} = 3,4286$$

$$x_3 = \frac{x_2 + y_2}{2} = 3,4643 \rightarrow y_3 = \frac{12}{3,4643} = 3,4639$$

$$x_4 = \frac{x_3 + y_3}{2} = 3,4641 \rightarrow \sqrt{12} \approx 3,464$$

- b) Sinnvoller Anfangswert:  $x_1 = 8 \rightarrow y_1 = \frac{80}{x_1} = 10$

$$x_2 = \frac{x_1 + y_1}{2} = 9 \rightarrow y_2 = \frac{80}{9} = 8,8889$$

$$x_3 = \frac{x_2 + y_2}{2} = 8,94445 \rightarrow y_3 = \frac{80}{8,94445} = 8,9440 \rightarrow \sqrt{80} \approx 8,944$$

5. Kreuze alle richtigen Aussagen an:

$\mathbb{Z}_0^+ \subset \mathbb{R}^+$

$\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

$-0,122122122 \dots \in \mathbb{Q}^-$

$\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{N}_0$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

$\sqrt{(-2)^2} \in \mathbb{R}^+$

$\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{Q}$

$0,121221222 \dots \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$