Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen – Lösung

1.

Berechnung der Nullstelle N: $a(x) = 0$ $\frac{6}{x-2} + 1 = 0 \quad \vert -1$ $\frac{6}{x-2} = -1 \quad \vert \cdot (x-2)$ $6 = -1 \cdot (x-2)$ $6 = -x + 2 \quad \vert + x - 2$ $x = 4$ ➔ $N(-4\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $a(0) = \frac{6}{0-2} + 1 = \frac{6}{-2} + 1$ $= -3 + 1 = -2$ ➔ $T(0\vert -2)$	Berechnung der Nullstelle N: $b(x) = 0$ $\frac{4}{x-8} - 2 = 0 \quad \vert + 2$ $\frac{4}{x-8} = 2 \quad \vert \cdot (x-8)$ $4 = 2 \cdot (x-8)$ $4 = 2x - 16 \quad \vert + 16$ $20 = 2x \quad \vert : 2$ $x = 10$ ➔ $N(10\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $b(0) = \frac{4}{0-8} - 2 = \frac{4}{-8} - 2$ $= -0{,}5 - 2 = -2{,}5$ ➔ $T(0\vert -2{,}5)$	Berechnung der Nullstelle N: $c(x) = 0$ $\frac{2}{x+2{,}5} - 4 = 0 \quad \vert + 4$ $\frac{2}{x+2{,}5} = 4 \quad \vert \cdot (x+2{,}5)$ $2 = 4 \cdot (x+2{,}5)$ $2 = 4x + 10 \quad \vert - 10$ $-8 = 4x \quad \vert : 4$ $-2 = x$ ➔ $N(-2\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $c(0) = \frac{2}{0+2{,}5} - 4 = \frac{2}{2{,}5} - 4$ $= 0{,}8 - 4 = -3{,}2$ ➔ $T(0\vert -3{,}2)$
Berechnung der Nullstelle N: $d(x) = 0$ $\frac{-3}{x-4} + 1 = 0 \quad \vert -1$ $\frac{-3}{x-4} = -1 \quad \vert \cdot (x-4)$ $-3 = -1 \cdot (x-4)$ $-3 = -x + 4 \quad \vert + x + 3$ $x = 7$ ➔ $N(7\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $d(0) = \frac{-3}{0-4} + 1 = \frac{3}{4} + 1$ $= 1{,}75$ ➔ $T(0\vert 1{,}75)$	Berechnung der Nullstelle N: $e(x) = 0$ $\frac{6}{x+4} - 2{,}5 = 0 \quad \vert + 2{,}5$ $\frac{6}{x+4} = 2{,}5 \quad \vert \cdot (x+4)$ $6 = 2{,}5 \cdot (x+4)$ $6 = 2{,}5x + 10 \quad \vert - 10$ $-4 = 2{,}5x \quad \vert : 2{,}5$ $x = -1{,}6$ ➔ $N(-1{,}6\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $e(0) = \frac{6}{0+4} - 2{,}5 = \frac{6}{4} - 2{,}5$ $= 1{,}5 - 2{,}5 = -1$ ➔ $T(0\vert -1)$	Berechnung der Nullstelle N: $f(x) = 0$ $\frac{-4}{2x-2} + 2 = 0 \quad \vert - 2$ $\frac{-4}{2x-2} = -2 \quad \vert \cdot (2x-2)$ $-4 = -2 \cdot (2x-2)$ $-4 = -4x + 4 \quad \vert + 4x + 4$ $4x = 8 \quad \vert : 4$ $x = 2$ ➔ $N(2\vert 0)$ Berechnung des y-Achsenschnittpunkts T: $f(0) = \frac{-4}{0-2} + 2 = \frac{4}{2} + 2$ $= 4$ ➔ $T(0\vert 4)$

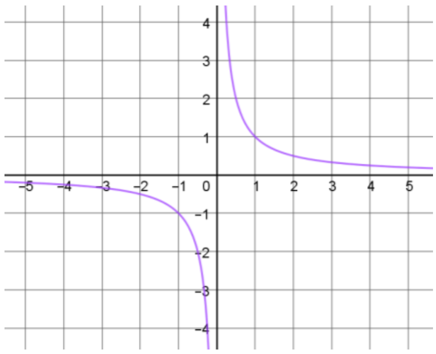
2.

a)	Asymptoten aus dem Graphen: $x = -1; y = 4$ ➔ Damit: $g(x) = \frac{a}{x+1} + 4$ Punkt einsetzen: $P(3\|5)$ $5 = \frac{a}{3+1} + 4$ Gleichung auflösen nach a: $\boldsymbol{a = 4}$ ➔ Damit: $g(x) = \frac{4}{x+1} + 4$ Nullstelle: $g(x) = 0$ $\frac{4}{x+1} + 4 = 0$ $\frac{4}{x+1} = -4$ $4 = -4x - 4$ $8 = -4x$ $x = -2$ ➔ N(-2|0) Schnittpunkt mit der y- Achse: $g(0) = \frac{4}{0+1} + 4 = 8$ → $T(0\|8)$ Flächeninhalt des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \|-2\| = 8$
b)	Lineare Funktion: Ermittlung von m und t aus dem Graphen $t = 5$ $m = -\frac{2}{5} = -0{,}4$ ➔ Damit: $f(x) = -0{,}4x + 5$ $N(2\|0)$ und $T(0\|5)$ Flächeninhalt des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$
c)	Asymptoten aus dem Graphen: $x = 3; y = 2$ ➔ Damit: $g(x) = \frac{a}{x-3} + 2$ Punkt einsetzen: $P(1\|3)$ $3 = \frac{a}{1-3} + 2$ Gleichung auflösen nach a: $\boldsymbol{a = -2}$ ➔ Damit: $g(x) = \frac{-2}{x-3} + 2$ Nullstelle: $g(x) = 0$ $\frac{-2}{x-3} + 2 = 0$ $\frac{-2}{x-3} = -2$ $-2 = -2x + 6$ $-8 = -2x$ $x = 4$

	➔ N(4|0) Schnittpunkt mit der y- Achse: $g(0) = \frac{-2}{0-3} + 2 = 2\frac{2}{3}$ → $T(0\|2\frac{2}{3})$ Flächeninhalt des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$

3.

a. Falsch, die x- Achse könnte auch die Asymptote einer elementaren gebrochen rationalen Funktion sein.



b. Richtig, da eine lineare Funktion in ganz $\mathbb{Q}$ definiert ist und daher einen Wert $f(0)$ haben muss.

c. Falsch, die Funktion kann auch ganz überhalb (unterhalb) der x- Achse verlaufen. In dem Fall ist $m = 0$.

d. Falsch, eine gebrochen rationale Funktion kann eine Definitionslücke haben. Diese kann an der Stelle $x = 0$ liegen und damit gibt es keinen Funktionswert an der Stelle $x = 0$.

e. Falsch, z.B.