LÖSUNG

Lineare Funktionen - Funktionsterm

1) R(x_1| $g(x_1)$) und S(x_2| $g(x_2)$) sind zwei verschiedene Punkte auf dem Graphen der linearen Funktion g.

   a. Gib einen Term für die Steigung m an: $m = \frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}$

   b. Beschreibe, wie man bei bekannter Steigung nun den y-Achsenabscnitt t berechnet!
   Man setzt den Wert von m und die Koordinaten eines Punktes des Graphen in die Funktionsgleichung $g(x) = mx + t$ ein und löst die Gleichung nach t auf.

2) Bestimme den Funktionsterm der linearen Funktion, deren Graph durch den/ die angegebenen Punkte verläuft und ggf. die Steigung m hat:

   a. A(3,5|4,2), B(5,5|3,7)
   $m = \frac{4{,}2-3{,}7}{3{,}5-5{,}5} = \frac{0{,}5}{-2} = -0{,}25$, -> Einsetzen von m und z.B. A in die Funktionsgleichung:
   $4{,}2 = -0{,}25 \cdot 3{,}5 + t$
   $4{,}2 = -0{,}875 + t$ |+14 und Seiten der Gl. vertauschen
   $t = 5{,}075$
   $\rightarrow f(x) = -4x + 5{,}075$

   b. R(0,5|4), S(0,25|3)
   $$m = \frac{4-3}{0{,}5-0{,}25} = \frac{1}{0{,}25} = 4$$
   $3 = 4 \cdot 0{,}25 + t$
   $3 = 1 + t$ |-1 und Seiten der Gl. vertauschen
   $t = 2$
   $\rightarrow f(x) = 4x + 2$

   c. K(-3|2), $m = -\frac{5}{3}$
   $2 = -\frac{5}{3} \cdot (-3) + t$ → ... → $t = -3$
   $$\rightarrow f(x) = -\frac{5}{3}x - 3$$

   d. P(-1001|500), $m = -1$
   $500 = (-1) \cdot (-1001) + t$ → ... → $t = -501$
   $\rightarrow f(x) = -x - 501$

   e. $T\left(\frac{7}{19}\middle| -3\right), U\left(\frac{15}{213}\middle| -3\right)$
   Anhand der konstanten y-Werte der beiden Punkte erkennt man ohne Rechnung, dass hier eine konstante Funktion (m=0) vorliegt (Eine Berechnung von m ergibt natürlich ebenfalls m=0). Die Funktion besitzt für alle x-Werte den Funktionswert $f(x) = -3$, dies ist der gesuchte Funktionsterm. (t ist also ebenfalls gleich -3)

3) Gib zu jedem der Graphen $G_1 - G_7$ die Funktionsvorschrift der zugehörigen Funktion $f_1 - f_7$ an!
   $f_1(x) = -\frac{1}{3}x - 2$, $f_2(x) = -2{,}5$, $f_3(x) = 6x - 9$, $f_4(x) = \frac{1}{9}x + 4{,}5$,
   f_5: m aus dem Graphen bestimmt: $m = \frac{-2}{5}$, Bestimme t entweder durch Lösen der Geradengleichung mit Hilfe des Punktes $(-4|2)$ und m oder (hier schneller:) erhöht man vom Punkt $(-4|2)$ des Graphen den x-Wert um +4, so erhält man den Schnittpunkt des

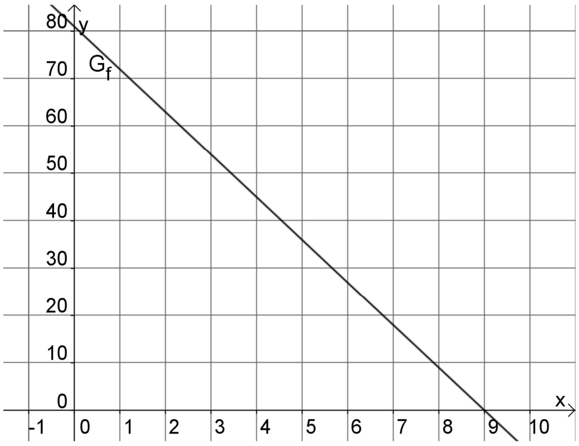
Graphen mit der y-Achse. Dabei verändert sich der y-Wert um $\Delta y = m \cdot \Delta x = \frac{-2}{5} \cdot (+4) = -1{,}6$. Also $t = 2 - 1{,}6 = 0{,}4$. -> $f_5(x) = -\frac{2}{5}x + 0{,}4$

$f_6(x) = -\frac{7}{3}x + t$, Bestimme t mit Hilfe eines Punktes des Graphen, z.B. $(-2|-3)$:

$-3 = \frac{-7}{3} \cdot (-2) + t \rightarrow \ldots \rightarrow\ t = -\frac{23}{3} = -7\frac{2}{3}\ \ \rightarrow\ f_6(x) = -\frac{7}{3}x - 7\frac{2}{3}$,

$f_7(x) = \frac{2}{5}x - 2{,}5$

4) Jule lädt ein Fotoalbum auf eine Internetseite hoch. 2,5 Minuten nach Beginn des Hochladens (Upload) bleiben noch 58,5 MB an Daten, die noch zu übertragen sind, weitere 3 Minuten nach diesem Zeitpunkt verbleiben noch 31,5 MB an Daten, die noch zu übertragen sind.
   a. Um die Restdatenmenge als lineare Funktion in Abhängigkeit von der Zeit beschreiben zu können muss man annehmen, dass die Datenübertragungsrate (Menge der übertragenen Daten pro Zeit) (annähernd) konstant ist.
   b. Im gegebenen Sachzusammenhang ist es nur sinnvoll Zeitdauern $x \geq 0$ anzunehmen. Da nach Abschluss des Uploads keine Daten mehr übertragen werden, ist es ebenfalls nur sinnvoll f für Zeitdauern zu definieren, die kleiner oder gleich dem Abschlusszeitpunkt sind. Dieser ist aber noch nicht bekannt und muss erst berechnet werden (siehe e. und f.).
   c. Definition der Variable: x : Zeitdauer seit Uploadbeginn in Minuten
      Steigung m:
      $m = \frac{31{,}5 - 58{,}5}{5{,}5 - 2{,}5} = \frac{-27}{3} = -9$
      Berechnung von t:
      $58{,}5 = (-9) \cdot 2{,}5 + t$
      $58{,}5 = (-22{,}5) + t$ |+22,5 und Vertauschen der Seiten der Gl.
      $t = 81$
      $\rightarrow f(x) = (-9)x + 81$
   d. $m = -9, t = 81$.
      m gibt die Veränderung der Restdatenmenge pro Zeitdauer an, die Menge der restlichen Daten verändert sich pro Minute um -9 MB, nimmt also um 9 MB pro Minute ab. t gibt die Anfangsdatenmenge an, die zu übertragen war.
      Es sollten insgesamt 81 MB an Daten übertragen werden.
   e. Zeitdauer des Hochladens:
      Der Datentransfer ist abgeschlossen, wenn die Restdatenmenge gleich 0 MB ist, also wenn f(x)=0 ist.
      <u>Rechnerische Lösung:</u> Bestimme die Nullstelle x_N von f mithilfe der Funktionsgleichung:
      Ansatz: $f(x_N) = 0$
      $(-9)x_N + 81 = 0$ | -81
      $(-9)x_N = -81$ |: (-9)
      $x_N = 9$
      <u>Zeichnerische Lösung:</u> Bestimme die Nullstelle x_N von f aus dem Schnittpunkt des Graphen mit der x-Achse:



Aus der Zeichnung ergibt sich für die Nullstelle $x_N = 9$.

<u>Antwort:</u> Der Upload dauert insgesamt 9 Minuten.

f. Zu D_f gehören alle $x \in \mathbb{Q}$ für die gilt: $0 \leq x \leq 9$ [Formale Schreibweise: $D_f = \{x | x \in \mathbb{Q} \wedge 0 \leq x \leq 9\}$]

g. 81 MB : 0,5 MB = 162

Jule hat ca. 162 Bilder, welche sie hochladen möchte.