Gebrochen-rationale Funktionen - Lösung

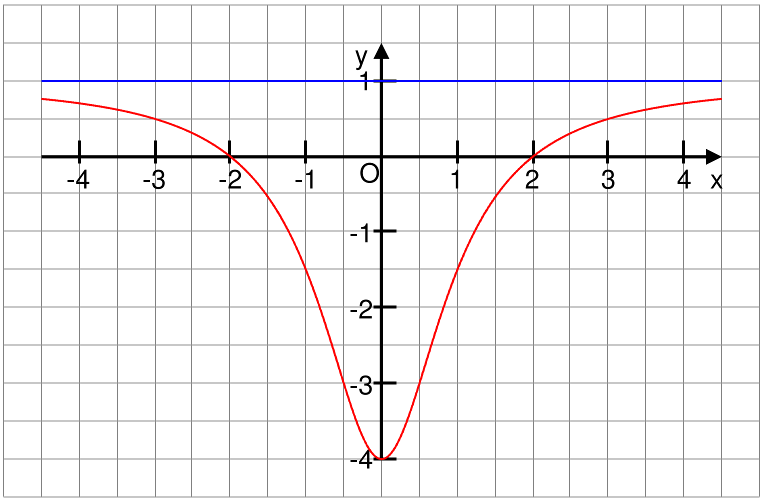
1. a) $f(x) = \frac{(x+2)\cdot(x-2)}{x^2+1}$, $D = \mathbb{R}$

   Nullstellen: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

   Keine senkrechte Asymptote

   Waagerechte Asymptote: $y = 0$

   $f(0) = -4$



   b) $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)\cdot(3-x)}$, $D = \mathbb{R}\backslash\{-1;\ 3\}$

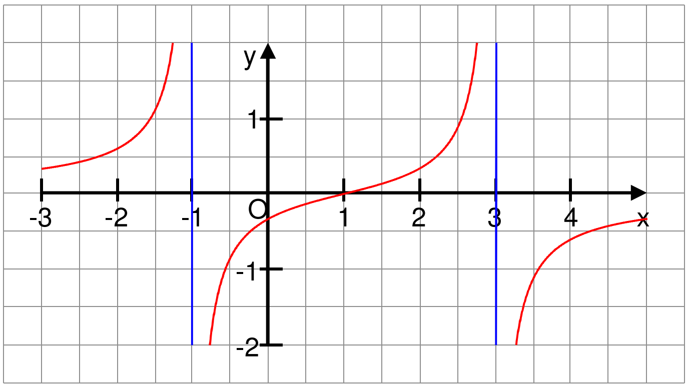
   Nullstellen: $x = 1$

   Senkrechte Asympt.: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$

   Waagerechte Asymptote: $y = 0$,

   da Nennergrad größer

   $f(4) = -0{,}6$



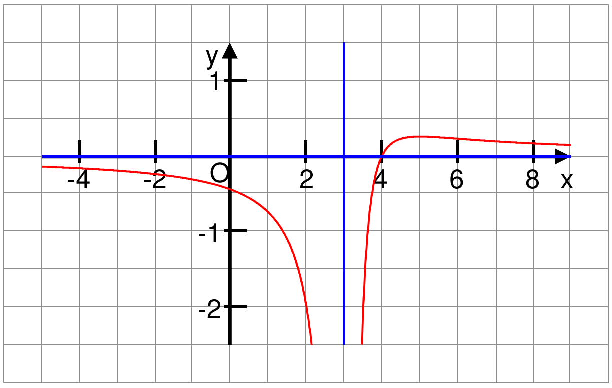
   b) $f(x) = \frac{x-4}{(x-3)^2}$, $D = \mathbb{R}\backslash\{3\}$

   Nullstellen: $x = 4$

   Senkrechte Asympt.: $x = 3$ (ohne Wechsel)

   Waagerechte Asymptote: $y = 0$

   da Nennergrad größer



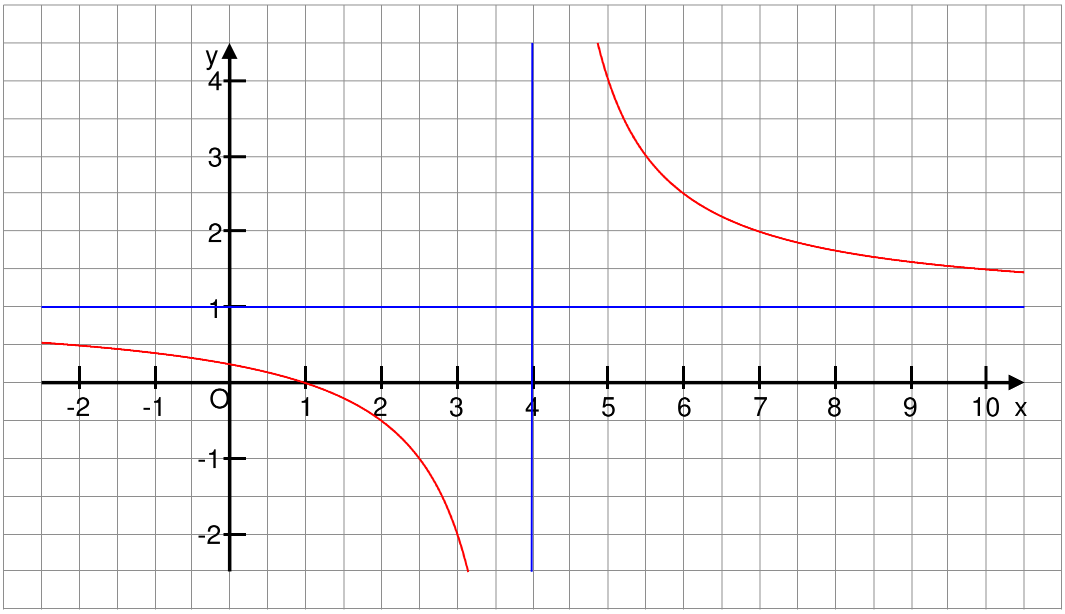
2. a) Nullstelle bei $x = 1$, senkrechte Asymptoten: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, waagerechte A.: $y = 0$ → **Graph 1**

   b) Nullstelle bei $x = 1$, senkrechte Asymptote ohne Wechsel: $x = 4$, waagerechte A.: $y = 0$ → **Graph 2**

   c) Nullstelle bei $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, senkrechte Asymptoten ohne Wechsel: $x = 4$, waagerechte A.: $y = 1$ → **Graph 4**

   d) Nullstelle bei $x = 1$, senkrechte Asymptoten: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, waagerechte A.: $y = 1$ → **Graph 3**

   e) Nullstelle bei $x = 1$, senkrechte Asymptote: $x = 4$, waagerechte A.: $y = 1$ → neu:



3. Gib einen Funktionsterm an zu einer Funktion mit folgenden Eigenschaften:

   a) $f(x) = \frac{x-3}{-2\cdot(x+1)} = \frac{3-x}{2x+2}$

   b) $f(x) = \frac{x+2}{(2x-1)^2}$

   c) $f(x) = \frac{2x^2+1}{(x-1)\cdot(x+2)}$ (statt +1 im Zähler jeder beliebige andere positive Wert möglich)