

Gebr. rat. Funktionen - Lösung

1. Gib jeweils die Definitionsmenge und die Gleichungen der Asymptoten an.

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $x = 2$ ist senkrechte Asymptote und die x -Achse ($y=0$) die waagrechte, da kein x im Zähler

b) $g(x) = \frac{0,4x-1}{2-3x} = \frac{0,4x-1}{-3x+2}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}$ d.h. $x = \frac{2}{3}$ ist senkrechte A. der Quotient vor den beiden x im Zähler und Nenner ist $\frac{0,4}{-3} = -\frac{4}{30}$ damit ist $y = -\frac{4}{30} = -0,1\bar{3}$ die waagrechte Asymptote. Oder man setzt eine betragsmäßig hohe Zahl ein, z.B. $g(1000) = \frac{399}{-2998} = -0,13$ der minimale Unterschied der Werte ist zu vernachlässigen

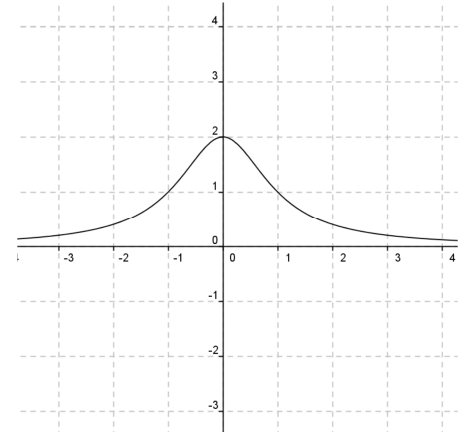
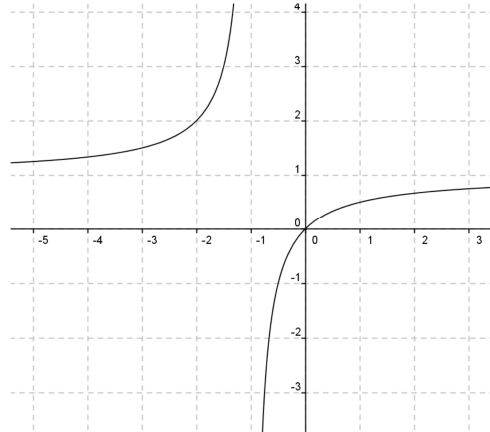
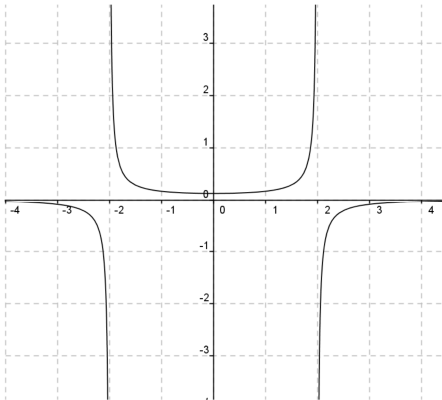
c) $h(x) = \frac{10}{x^2-2x} = \frac{10}{x(x-2)}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ $x = 2$ und $x = 0$ sind senkr. A.

2. Ordne den Funktionsgleichungen den passen den Graphen zu. Ein Graph bleibt übrig. Erstelle einen möglichen Funktionsterm zu diesem Graphen.

$$k(x) = -\frac{0,5}{x^2-4}$$

$$\text{übrig: } m(x) = \frac{x}{x+1}$$

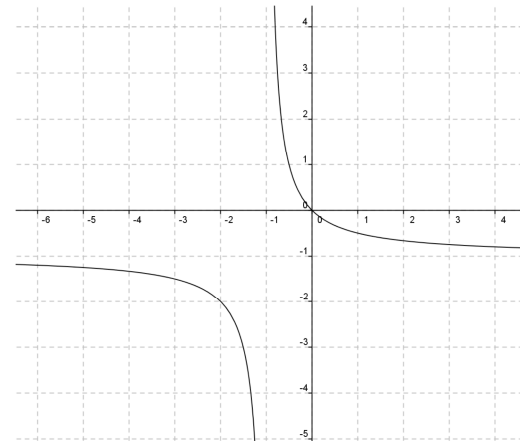
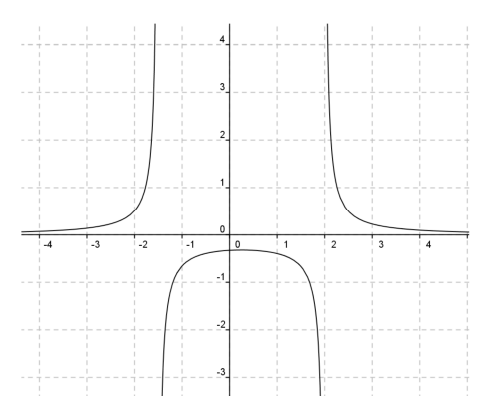
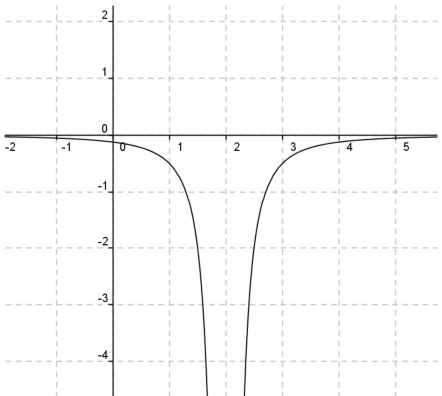
$$g(x) = \frac{2}{x^2+1}$$



$$l(x) = -\frac{0,5}{(x-2)^2}$$

$$h(x) = \frac{1}{(x+1,5)(x-2)}$$

$$f(x) = -\frac{x}{x+1}$$



3. Gib jeweils eine gebrochen rationale Funktion mit den folgenden Eigenschaften an.

a) eine senkrechte Asymptote bei -3 z.B. $y = \frac{1}{x+3}$

b) $x = 1$ und $x = -1$ sind Asymptoten z.B. $y = \frac{1}{(x-1)(x+1)}$

c) waagrechte Asymptote bei $\frac{1}{2}$, d.h. im Zähler und Nenner muss ein x stehen und der Quotient davor muss $\frac{1}{2}$ sein. z.B. $y = \frac{x}{2x-1} = \frac{1x}{2x-1}$ oder auch $y = \frac{0,5x}{x+1}$

d) $x = -4$ ist senkrecht und $y = 1$ ist waagrechte A. z.B. $y = \frac{x}{x+4}$ oder $y = \frac{2x}{2(x+4)}$

e) $x = 0$ ist senkrechte A. z.B. $y = \frac{1}{x}$ da der Punkt $P(3|-1)$ aber noch auf dem Graphen liegen soll, muss man den Term so verändern, dass beim Einsetzen von 3 der Wert -1 herauskommt. Damit gilt für die gesuchte Funktion: $f(x) = -\frac{3}{x}$ denn $f(3) = -\frac{3}{3} = -1$

4. Skizziere den Verlauf der Funktion $f(x) = \frac{x}{(x+1)(x-1)}$ ohne Verwendung einer Wertetabelle.

Senkrechte A. $x = 1$ und $x = -1$

Obwohl im Zähler und Nenner ein x steht, ist die waagrechte Asymptote die x -Achse (im Nenner steht x^2 !) Setzt man nämlich eine betragsmäßig hohe Zahl ein, so erhält man:

$$f(1000) = \frac{1000}{999999} = 1,0 \cdot 10^{-3} = 0,001 \approx 0 \Rightarrow \text{waagrechte A. } y = 0 \text{ (x-Achse)}$$

Berechnet man noch ein paar Punkte, so weiß man, wo die Äste des Graphen verlaufen.

