Wilhelm-Hausenstein-Gymnasium
Sprachliches und Naturwissenschaftlich-technologisches Gymnasium
Elektrastraße 61 • **81925 München**
Telefon (089) 92299690 • Fax (089) 922996939

Aufgabenpaket zum Crashkurs Mathematik

Lieber Schüler oder liebe Schülerin!

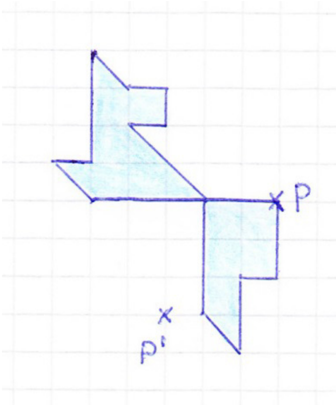
Dieses Aufgabenpaket hast Du erhalten, weil Deine Leistungen im Fach Mathematik auf Lücken oder Schwächen hinweisen. Um für das nächste Schuljahr und auch den Crashkurs gut vorbereitet zu sein, wollen wir dir hier ein paar Tipps zur Bearbeitung geben, an die du dich unbedingt halten solltest!

- ✓ Überlege dir genau, an welchen Tagen du wie viel Zeit hast und mach dir einen <u>Lernplan</u> über die ganzen Ferien hinweg! Wenn du dein Tagespensum erledigt hast mach einen Haken hinter den Tag ☺!
- ✓ Kauf dir ein <u>Heft</u>, in dem du alle Aufgaben löst, dadurch siehst du jeden Tag, wie viel du schon geschafft hast. Bring dann das volle Heft in den Crashkurs mit!
- ✓ <u>Wiederhole</u> jeden Tag anhand weniger Aufgaben den Stoff vom Vortag, damit du das Gelernte länger behältst!
- ✓ Wechsle die Themengebiete ab, dadurch festigst Du die Inhalte.
- ✓ Arbeite gründlich wie im Unterricht: mit sauberen Skizzen, Ansätzen und <u>ausführlichen</u> Lösungen. Nicht alles im Kopf versuchen!
- ✓ Manche Aufgaben sind etwas schwerer. Versuche ruhig etwas länger auf die Lösung zu kommen. Zusätzliche Hilfen findest Du im Schulbuch (Rückblicke!), in Deinen Schulheften der letzten Jahre und bei Freunden und Eltern.
- ✓ Erst als letzte Hilfe schaust Du in die Lösungen. Und auch dann nur einen Tipp holen und anschließend wieder selbständig arbeiten!
- ✓ <u>Markiere</u> die Aufgaben, die du trotz Lösung nicht verstehst im Aufgabenpaket damit du im Crashkurs den Lehrer danach fragen kannst!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabenpaket Crashkurs – 7. Jahrgangsstufe

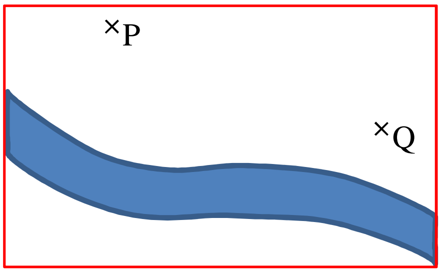
I. Symmetrie und Grundkonstruktionen



1. Übertrage die nebenstehende Figur auf ein Blatt und zeichne die Symmetrieachse so ein, dass P' der Bildpunkt zu P ist. Ergänze dann die Figur so, dass sie achsensymmetrisch bzgl. dieser Symmetrieachse ist.

2. Gib an, welche der folgenden Eigenschaften eine Raute besitzt:
   a) Alle vier Seiten sind gleich lang
   b) Die beiden Diagonalen stehen senkrecht aufeinander
   c) Alle vier Winkel sind gleich groß
   d) Einander gegenüberliegende Seiten sind jeweils gleich lang
   e) Einander gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel
   f) Die beiden Diagonalen sind gleich lang
   g) Die beiden Diagonalen halbieren sich

3. Zwei Freunde wollen sich am nahe gelegenen Flussufer zum Angeln treffen. Der eine wohnt im Ort P, der andere im Ort Q. Beschreibe mit deinen eigenen Worten, wie du den Treffpunkt findest, wenn beide gleich lange Wege zurücklegen wollen.



4. Gib an, welche der folgenden Eigenschaften ein gleichschenkliges Trapez besitzt:
   a) Einander gegenüberliegende Seiten sind jeweils gleich lang
   b) Die beiden Diagonalen sind gleich lang
   c) Die beiden Diagonalen halbieren sich gegenseitig
   d) Es besitzt eine Symmetrieachse.
   e) Die den Parallelseiten anliegenden Winkel sind jeweils gleich groß
   f) Gegenüberliegende Winkel ergänzen sich zu 180°

5. Grundkonstruktionen.
   a) Zeichne einen Winkel $\alpha = 212°$ und konstruiere dann einen Winkel der Größe $\frac{3}{4}\alpha$.
   b) Zeichne eine Strecke der Länge $s = 11cm$ und konstruiere eine Strecke der Länge $\frac{5}{8}s$.
   c) Zeichne eine Gerade g und trage in deine Zeichnung einen Punkt $S\epsilon g$ und einen Punkt $T \notin g$ ein. Konstruiere das Lot l_1 zur Geraden g durch den Punkt S sowie das Lot l_2 zur Geraden g durch den Punkt T. Trage den Abstand d, den die Geraden l_1 und l_2 voneinander haben, mit Farbe in deine Zeichnung ein.

6. Trage die Punkte $R(-2|-1)$ und $S(6|3)$ sowie die Gerade RS in ein Koordinatensystem (Einheit 1cm) ein.

   a) Konstruiere die Mittelsenkrechte m der Strecke $[RS]$ und ermittle die Koordinaten ihres Schnittpunkts T mit der y-Achse

   b) Konstruiere die Winkelhalbierenden w_1 und w_1 der Innenwinkel des Dreiecks RST mit den Scheiteln R bzw. S. Die beiden Winkelhalbierenden schneiden einander im Punkt W. Gib dessen Koordinaten möglichst genau an.

   c) Erkläre den folgenden Ansatz zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks RST:

   $$A_{RST} = (5cm \cdot 2cm) : 2 + (5\text{cm} \cdot 6\text{cm}) : 2$$

   Gib einen anderen Lösungsweg zur Berechnung von A_{RST} an. Gib an, welcher Bruchteil der Fläche des Dreiecks RST im 2.Quadranten liegt.

7. Trage die Punkte $U(-1{,}5|1{,}5)$, $V(0|3)$, $R(3|0)$ und $S(6|3)$ sowie die zu einander parallelen Geraden UV und RS in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ein.

   a) Konstruiere die Mittelparallele m des Parallelenpaars $(UV;\ RS)$. Gib die Koordinaten von drei Gitterpunkten, die auf m liegen, an.

   b) Konstruiere das Lot l zur Geraden RS durch den Punkt $P(0|-3)$ und gib den Abstand der Geraden UV und RS an.

   c) Ermittle den Flächeninhalt des Trapezes $PRVU$ sowie den des Parallelogramms $PRWU$ mit $P(0|-3)$ und $W(1{,}5|4{,}5)$.

II. Winkelbetrachtungen

8. In einem rechtwinkligen Dreieck ABC ist der Winkel α halb so groß wie der Winkel β.

   a) Begründe, warum α nicht der 90°-Winkel sein kann.

   b) Nenne alle Möglichkeiten für Winkelwerte von α, β und γ.

9. Gegeben sind die Dreiecke ABC und $A^*B^*C^*$ mit den jeweils zugehörigen Winkeln. zugehörigen Winkeln. Es gelte: $\alpha^* = 2\alpha$ und $\beta^* = 2\beta$.

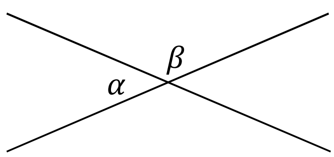
   a) Gib an, wie groß die Winkelsumme $\alpha + \beta$ höchstens sein kann.

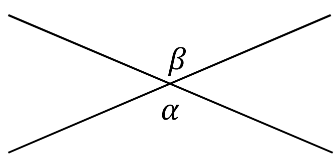
   b) Erkläre, warum gilt: $\gamma^* < \gamma$.

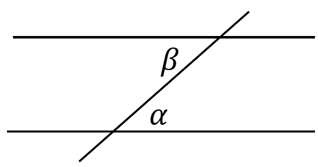
   c) Gib den Wert von γ^* in Abhängigkeit von α und β an!

10. In einem Viereck $ABCD$ gilt, dass ein Winkel halb so groß ist, wie die Summe der drei anderen Winkel. Kann das Viereck ein Parallelogramm sein? Begründe deine Aussage.

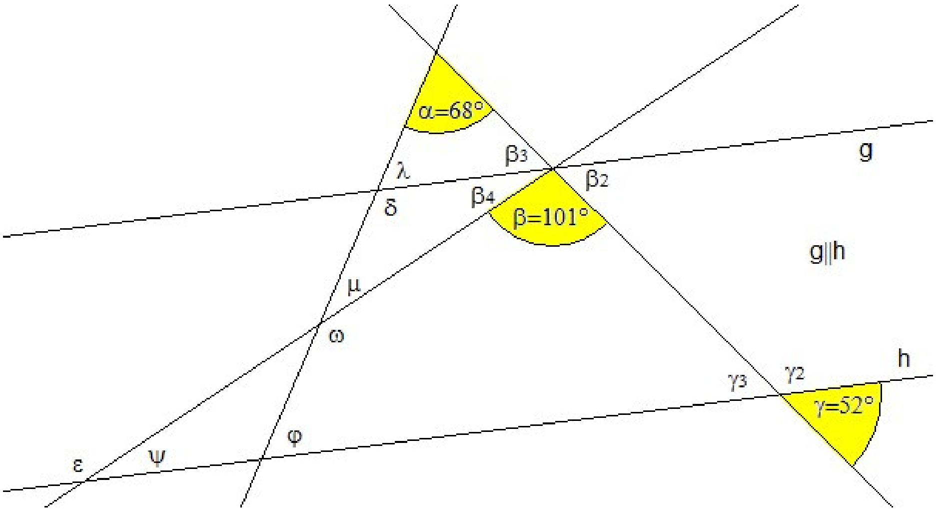
11. Gib an, wie man das eingezeichnete Winkelpaar bezeichnet (Geraden bei c) sind parallel):

    a)


    b)


    c)


12. Ermittle rechnerisch alle gesuchten Winkel und gib jeweils eine Begründung an. Dabei sind die drei Winkel α, β, γ gegeben mit $\alpha = 68°$, $\beta = 101°$, und $\gamma = 52°$.



III. Terme und Termumformungen

13. Berechne den Wert folgender Terme für die nebenstehenden Zahlenpaare

a) $T(x;y) = x^2 - 2y - 2$

b) $T(x;y) = 0{,}5y + 2xy - y^2$

x	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	2	$1{,}5$
y	-1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	-2	-5

14. Löse zuerst alle Klammern auf und fasse den Term danach zusammen!

$$\left[8{,}5x - \left(\frac{1}{3}y - 3\frac{1}{3}x\right)\right] + 5{,}5y - \left[4{,}5x - \left(2\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y\right)\right]$$

15. Multipliziere aus und fasse soweit wie möglich zusammen:

a) $\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 - [(-2x)^3 \cdot y^3] - 2\frac{1}{3}x^6y^3 - (-2xy)^3$

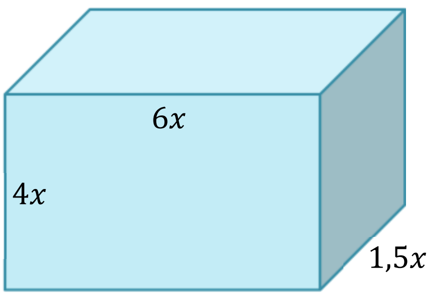
b) $(2a + 3b)^2 + (2a - 3b)^2 - (2a + 3b)(2a - 3b)$

16. Betrachtet wird nebenstehender Quader.

a) Gib einen möglichst einfachen Term für das Volumen V des Quaders an.

b) Gib einen möglichst einfachen Term für die Oberfläche A des Quaders an.

c) Berechne V und A für $x = 2{,}5m$.



17. Gib zu jeder der folgenden Rechenvorschriften einen Term an und bestimme dann die Art des Terms!

a) Addiere 17 zum Quadrat von x.

b) Multipliziere das Dreifache von n mit $(n+1)$.

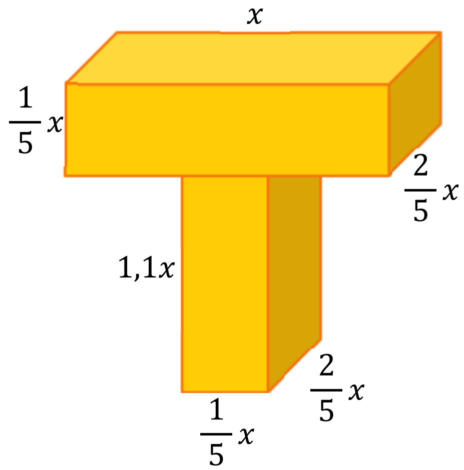
c) Subtrahiere die Summe aus x und y vom Produkt aus x und y.

d) Dividiere die Summe aus x und x^2 durch das Quadrat von 16.

18. Ein Goldschmied stellt Anhänger für den Buchstaben T her. Da er verschiedene Größen benötigt, fertigt er nebenstehende Skizze an:

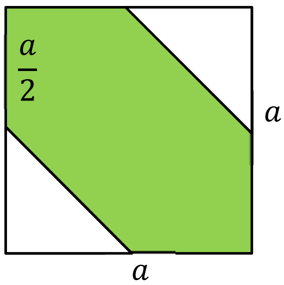
a) Berechne das Volumen des dargestellten Buchstabens in Abhängigkeit von x.

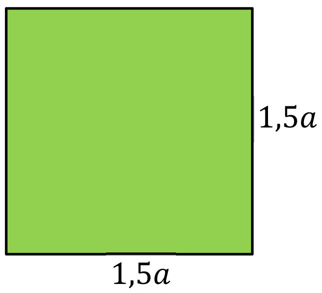
b) Berechne, wie viel Gramm Gold der Goldschmied benötigt, wenn der Buchstabe die Breite $x = 1{,}5cm$ und ein Kubikzentimeter Gold eine Masse von $19{,}3g$ hat!

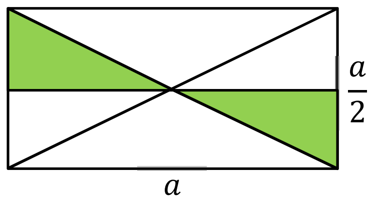


19. Begründe jeweils, welcher der angegebenen Terme den markierten Flächeninhalt beschreibt:

Terme: $0{,}75a^2$ $2{,}25a^2$ $0{,}125a^2$ $0{,}5a^2$

a)


b)


c)


20. Berechne jeweils den Wert des Terms und ordne anschließend die drei Terme für die angegebenen Werte in Form einer steigenden Ungleichungskette.

a) $T_1(x) = x^2 : (x^2 + 1)$ für $x = -6$.

b) $T_2(y) = (3y + 2{,}1) : 5$ für $y = -2{,}7$.

c) $T_3(z) = (3z)^2 + (4z)^2 - (5z)^2$ für $z = 0{,}8$.

21. Vereinfache jeden der vier Terme möglichst weitgehend.

a) $3 \cdot (5x - 9) + (2 - x) \cdot 4$

b) $8 - 8 \cdot (9 - a) + 2a + 10 \cdot (a - 2a + 3a)$

c) $\frac{1}{2}d - \left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{6}a\right) + \left(\frac{3}{4}a - \frac{1}{12}a\right)$

d) $(8x - 16) : 4 - (8x - 16) \cdot 0{,}25$

22. Die Variablen a und x stehen für negative ganze Zahlen, wobei gilt: $a < x$. Bestimme, welche der folgenden vier Aussagen wahr, welche falsch sind.

    a) $a \cdot x > 1$ b) $-5a > -3x$ c) $a - x > 0$ d) $2a + 3x < -5$

IV. Lösen von Gleichungen

23. Allgemeines:
    a) Gib alle erlaubten Äquivalenzumformungen zum Lösen einer Gleichung an.
    b) Bestimme zwei möglichst einfache Gleichungen mit der Lösungsmenge $L = \left\{-1\frac{2}{5}\right\}$.

24. Stelle je eine Gleichung auf und berechne:
    a) Ziehst du von 18,5 das 3-fache der gesuchten Zahl ab, so erhältst Du um sieben Halbe mehr als das 4,5-fache der Zahl.
    b) Eine vierköpfige Familie ist zusammen 127 Jahre alt. Das ältere Kind ist halb so alt wie die Mutter, welche drei Jahre jünger ist als der Vater. Das jüngere Kind ist zwei Jahre jünger als das ältere. Wie alt sind die Personen?
    c) In einem Rechteck beträgt die Länge das 5-fache der Breite. Wird jede Seite um $2cm$ verlängert, so vergrößert sich der Flächeninhalt um $16cm^2$. Berechne die Maße der Rechtecksseiten.
    d) Zwei benachbarte Seiten eines Paralellogramms unterscheiden sich um $8{,}2cm$, der Umfang beträgt $45{,}6cm$. Wie lang sind die Seiten?

25. Anna und Bert spielen mit Chips als Spielgeld. Anfangs hatte Anna doppelt so viele Chips wie Bert. Nachdem Anna 11 Chips an Bert verloren hat, besitzt er 8 Chips mehr als sie. Berechne, wie viele Chips Bert zu Beginn hatte.

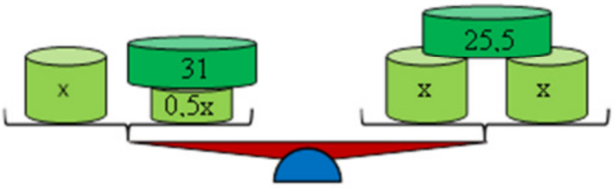
26. Ermittle jeweils die Lösungsmenge.
    a) $14x + 71 = -39$
    b) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot x = 1{,}75$
    c) $(3 - x) \cdot (-6) + 15 = 93$
    d) $7 \cdot (9x + 1) - 0{,}5 \cdot (6x - 22) = 29 + 60x$
    e) $(2 + x) \cdot (x - 6) + 4x \cdot (2x + 19) - 9x^2 + 144 = 0$
    f) $(x + 0{,}9) \cdot (2x + 1{,}8) - 1{,}62 = 2x^2 + 2{,}7x$

27. Berechne und begründe, warum $x = 0$ keine Lösung sein kann.

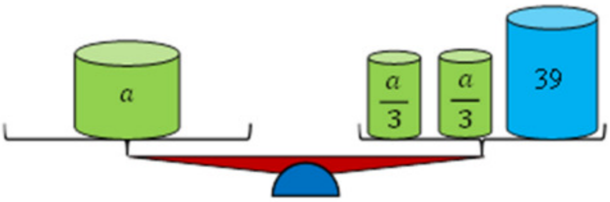
    $(2x + 2) \cdot (2x - 3) = (5 + 2x) \cdot (2x - 12)$

28. „Übersetze“ jede der Abbildungen in eine Gleichung und löse diese dann:

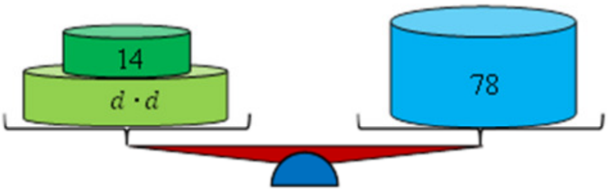
a)



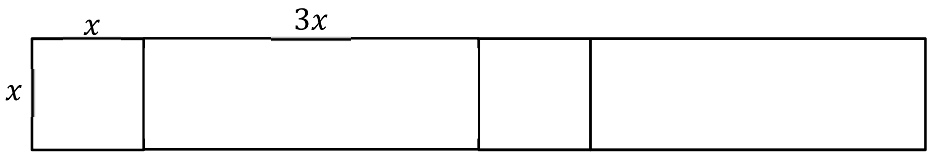
b)



c)



29. Die Abbildung zeigt das unvollständige Netz eines Quaders. Ermittle die Kantenlänge des Quaders, wenn das Quadervolumen $24\,cm^3$ beträgt. Zeichne anschließend das vollständige Netz des Quaders in Originalgröße und berechne den Oberflächeninhalt des Quaders.



V. Daten, Diagramme und Prozentrechnung

30. Ein Landrat möchte wissen, wie sich die Einschreibezahlen am Gymnasium seines Landkreises in den letzten sechs Jahren seit der Gründung dieser Schule entwickelt haben. Das Direktorat der Schule liefert dazu folgende Daten:

Jahr	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Anzahl eingeschriebener Schüler	70	80	85	90	100	80

a) Berechne den absoluten Zuwachs von Jahr zu Jahr!

b) Berechne den relativen Zuwachs von Jahr zu Jahr in Prozent und stelle diesen in einem Säulendiagramm dar.

31. Der Preis einer Ware ist im ersten Jahr um 50% gestiegen. Berechne, um wie viel Prozent er im zweiten Jahr gefallen ist, wenn die Ware dann nur noch 20% teurer war als am Anfang!

32. Der Filialleiter eines Supermarktes prüft, ob es sinnvoll ist, samstags in der Mittagszeit eine zweite Kasse zu besetzen. Zu diesem Zweck notiert er sechs Wochen lang die Anzahl der Kunden, die am Samstag um 12 Uhr an der Kasse anstehen.

Woche	1	2	3	4	5	6
Anzahl wartender Kunden	10	7	13	9	7	5

Sein vorher getroffenes Entscheidungskriterium lautet: Sind es im Mittel mehr als acht Kunden, die anstehen, dann wird eine zweite Kasse besetzt.

a) Bestimme, ob eine zweite Kasse besetzt werden muss!

b) Berechne die jeweiligen Abweichungen vom Mittelwert in Prozent.

33. Frau Krüger hat ihre Ersparnisse in Höhe von 20000 € zu einem Zinssatz von 4,6 % pro Jahr angelegt. Berechne, wie hoch der Zinsertrag nach einem halben Jahr ist.

34. Ein Autohersteller hebt im Januar den Preis für Neuwagen der Q-Klasse (vorher 35000 €) um 12 % an. Da der Absatz dieser Fahrzeuge daraufhin deutlich zurückgeht, entschließt sich der Hersteller nach 6 Monaten, den Preis um 8 % zu senken.

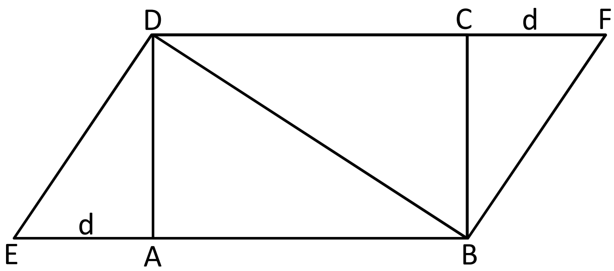
a) Ermittle den Preis für Neuwagen der Q-Klasse im August.

b) Berechne, um wie viel Prozent die Neuwagen der Q-Klasse im August teurer waren als unmittelbar vor der Preiserhöhung im Januar.

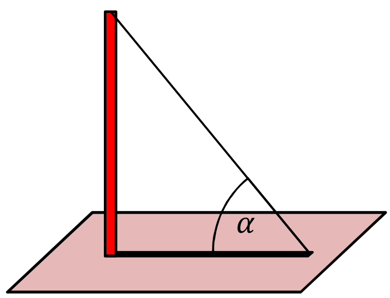
VI. Kongruenz und Dreieckskonstruktionen

35. Trage die Punkte $A(3|0)$, $B(5|4)$ und $C(-1|-6)$ sowie $A'(-1|-3)$ und $B'(3|-5)$ in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ein und zeichne dann ein zu dem Dreieck ABC kongruentes Dreieck $A'B'C'$. Gib die Koordinaten des Punktes C' an.

36. Die beiden parallelen Seiten $[AB]$ und $[CD]$ des Rechtecks $ABCD$ werden jeweils um eine Strecke der Länge d bis zum Punkt E bzw. F verlängert. Begründe mit Hilfe eines geeigneten Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke EBD und FDB kongruent sind.



37. Sophie möchte am 5. Mai um 12 Uhr die Sonnenhöhe an ihrem Wohnort messen. Dazu stellt sie einen Stab der Länge $3\,m$ senkrecht auf den (waagrechten) Boden und misst die Länge des Stabschattens: $2{,}1\,m$. Fertige eine Zeichnung im Maßstab 1:50 an und ermittle den Winkel α der Sonnenhöhe an diesem Mittag. Runde dabei auf Grad.



38. Gib jeweils an, ob die Aussage wahr oder falsch ist.
    a) Eine Kreissehne kann höchstens so lang wie ein Durchmesser des gleichen Kreises sein.
    b) Wenn man den Abstand d des Mittelpunkts eines Kreises mit Radius r von einer Geraden g kennt, kann man angeben, ob die Gerade g Passante, Tangente oder Sekante des Kreises ist.
    c) Die Höhe zu einer Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist dessen andere Kathete.
    d) Es gibt Dreiecke mit zwei stumpfen Innenwinkeln.

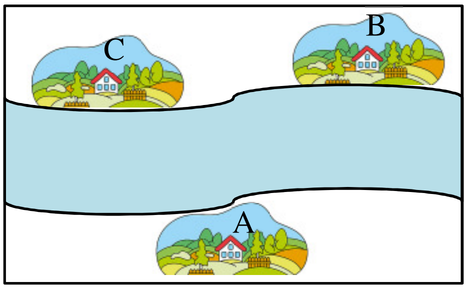
39. Konstruiere jeweils ein Dreieck ABC aus den gegebenen Bestimmungsstücken, beschreibe deine Vorgehensweise und zeichne ggf. die Symmetrieachse(n) des Dreiecks ABC mit Farbe ein. Ermittle dann den Flächeninhalt des Dreiecks indem du die angegebene Höhe abmisst.

a)	$a = 7cm$	$b = 7cm$	$\gamma = 70°$	h_a
b)	$a = 7cm$	$b = 7cm$	$c = 7cm$	h_b
c)	$c = 4,8cm$	$a = c$	$\beta = 36°$	h_a

40. Konstruiere eine Dreieck ABC aus den angegebenen Bestimmungstücken. Fertige dazu jeweils eine Planfigur an und entscheide zuvor, ob sich dieses Dreieck überhaupt konstruieren lässt.
    a) $a = 4cm,\ b = 5cm,\ \alpha = 140°$
    b) $a = 4cm,\ b = 5cm,\ \alpha = 45°$

41. Winkel.
    a) Konstruiere die Winkel $\alpha = 120°$ und $\beta = 75°$ auf zwei verschiedene Arten.
    b) Gib drei weitere Winkel an, die du konstruieren kannst, und beschreibe jeweils, wie Du dabei vorgehst.

42. Eine Fähre verkehrt zwischen den Orten Antenhausen, Baumkirchen und Catzendorf (siehe Skizze). Es sind folgende Wegstrecken bekannt: $\overline{AB} = 1,5km$, $\overline{BC} = 2,0km$ und $\overline{AC} = 2,5km$. Konstruiere den Landkartenausschnitt im Maßstab 1:25000 (Planfigur, Konstruktionsbeschreibung und Konstruktion des Dreiecks).



43. Im Dreieck ABC halbiert CW den Winkel γ. Die Parallele zu CW durch B schneidet die Gerade AC in D. Begründe, warum das Dreieck BCD gleichschenklig ist.

44. Im gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Spitze C ist jeder Basiswinkel um 12° größer als der Winkel an der Spitze. Berechne die Größen aller Winkel eines solchen Dreiecks.

45. Das Dreieck ABC hat einen rechten Winkel bei C. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(0|0)$ und $M(4|3)$ ein. M ist der Mittelpunkt des Kreises durch A, B und C. Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte $B(x|y)$ und $C(7|z)$.

46. Konstruiere eine Dreieck ABC aus $a = 5cm$, $\beta = 60°$ und Umkreisradius $r = 4{,}5cm$ (Planfigur, Lösungsidee und Konstruktion).

47. Konstruiere (vollständige Konstruktion!) ein Parallelogramm $ABCD$ aus $a = 9cm$, $b = 5cm$ und $e = 9{,}5cm$ und gib seinen Flächeninhalt an.

48. Konstruiere jeweils ein Dreieck ABC aus den gegebenen Bestimmungsstücken. Zeichne dabei zunächst eine Planfigur und trage die Bestimmungsstücke mit Farbe ein. Halte dann deine Überlegungen zur Konstruktion schriftlich fest und führe die Konstruktion aus.

a) $a = b, w_\gamma = 6cm, \gamma = 52°$.

b) $a = 6{,}5cm, h_a = 4{,}5cm, \beta = 70°$.

c) $c = 7{,}8cm, r_{Umkreis} = 3{,}9cm, \alpha = 25°$.

49. Konstruiere jeweils ein Viereck $ABCD$ aus den gegebenen Bestimmungsstücken. Zeichne dabei zunächst eine Planfigur und trage die Bestimmungsstücke mit Farbe ein. Halte dann deine Überlegungen zur Konstruktion schriftlich fest und führe die Konstruktion aus. Gib jeweils auch die Art des Vierecks $ABCD$ an.

a) $a = b = c = d, \overline{AC} = \overline{BD} = 6cm$.

b) $a = 5{,}1cm, b = 4{,}1cm, \alpha = \beta = 70°, \gamma = \delta$.

c) $a = c = 6cm, b = 3cm, \alpha = 100°, \beta = 80°$.

50. Gib bei jeder der Aussagen an, ob sie wahr ist oder falsch.

a) Die Radiuslänge des Umkreises eines Dreiecks ist stets kleiner als jede der Seiten dieses Dreiecks.

b) In jedem spitzwinkligen Dreieck ist die Dreieckshöhe h_c kürzer als jede der Seiten a und b.

c) Es gibt Rechtecke, die Rauten sind.

d) Jedes Rechteck besitzt mindestens zwei Symmetrieachsen.

e) Die vier Thaleskreise über den Seiten einer Raute haben stets einen Punkt gemeinsam.

Viel Erfolg!!!